



**educación
de calidad**
EL CAMINO PARA LA PROSPERIDAD

**Grado 6^o
Matemáticas**



**Secundaria
Activa**

**Ministerio de
Educación Nacional**
República de Colombia



Libertad y Orden

Prosperidad para todos



Ministerio de
Educación Nacional
República de Colombia



Libertad y Orden

Prosperidad para todos

Secundaria Activa

Matemáticas grado sexto

María Fernanda Campo Saavedra
Ministra de Educación Nacional

Mauricio Perfetti del Corral
Viceministro de Educación Preescolar, Básica y Media

Mónica López Castro
Directora de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media

Heublyn Castro Valderrama
Subdirectora de Referentes y Evaluación para la Calidad Educativa
Coordinadora del proyecto

Clara Helena Agudelo Quintero
Gina Graciela Calderón Rodríguez
María del Sol Effio Jaimes
Omar Alejandro Hernández Salgado
Édgar Mauricio Martínez Camargo
Diego Fernando Pulecío Herrera
Eliceo Ramírez Rincón
Equipo técnico

©2012 Ministerio de Educación Nacional.

Todos los derechos reservados.

Prohibido la reproducción total o parcial, el registro o la transmisión por cualquier medio de recuperación de información, sin permiso previo del Ministerio de Educación Nacional.

©Ministerio de Educación Nacional

ISBN serie Secundaria Activa: 978-958-691-485-7

ISBN libro: 978-958-691-498-7

Dirección de Calidad para la Educación Preescolar, Básica y Media.
Subdirección de Referentes y Evaluación para la
Calidad Educativa.
Ministerio de Educación Nacional, Bogotá,
Colombia, 2012.

www.mineducacion.gov.co

Equipo de la actualización y cualificación del Modelo Educativo Secundaria
Activa elaborado por:

AGUIRRE ASESORES S.A.S.
AGUIRRE ASESORES S.A.S.

Eduardo Aguirre Dávila
Director de proyecto

Amparo Calambás Clavijo
Autora

Luz Marina Rincón Rojas
Coordinadora editorial

Ligia Flórez Bejarano
Coordinadora administrativa

Stefanie Vélez
Correctora de estilo

 Julián Hernández
taller de diseño

Julián Ricardo Hernández Reyes - PAUTA EDITORIAL Y DIRECCIÓN DE DISEÑO

Walter Bolívar - PAUTA EDITORIAL

Arnold Hernández - PAUTA EDITORIAL

Germán Piza - DIAGRAMACIÓN

Amy Rodríguez - DIAGRAMACIÓN

Freya Gil - DIAGRAMACIÓN

Jhon Cortés - ILUSTRACIÓN

Catalina Cardona - ILUSTRACIÓN

Ma. Angélica Martínez - ILUSTRACIÓN

Diagramación, diseño e ilustración

Secundaria Activa es el resultado de la actualización y cualificación del modelo educativo Telesecundaria, en su versión colombiana (1999-2002), que a su vez fue adaptado de los módulos de Telesecundaria Mexicana por parte del Ministerio de Educación Nacional.

Esta actualización se hizo dentro del marco del contrato No. 428 de 2010, suscrito entre el Ministerio de Educación Nacional y Aguirre Asesores S.A.S., cuyos derechos fueron cedidos al Ministerio de Educación Nacional.

El Ministerio de Educación Nacional agradece a la Secretaría de Educación Pública de México (SEP) y al Instituto Latinoamericano para la Comunicación Educativa (ILCE) el apoyo técnico y la generosidad en la transmisión de los avances educativos y tecnológicos al Ministerio de Educación de Colombia, durante los años comprendidos entre 1999 y 2002.

Artículo 32 de la ley 23 de 1982

El siguiente material se reproduce con fines estrictamente académicos y es para uso exclusivo de los estudiantes del modelo Secundaria Activa, de acuerdo con el Artículo 32 de la ley 23 de 1982, cuyo texto es el siguiente: "Es permitido utilizar obras literarias o artísticas o parte de ellas, a título de ilustración, en otras destinadas a la enseñanza, por medio de publicaciones, emisiones o radiodifusiones, o grabaciones sonoras o visuales, dentro de los límites justificados por el fin propuesto, o comunicar con propósito de enseñanza la obra radiodifundida para fines escolares, educativos, universitarios y de formación personal sin fines de lucro, con la obligación de mencionar el nombre del autor y el título de las obras utilizadas".

Tabla de contenido	3
Presentación	5
Estructura Secundaria Activa	7
Unidad 1. Construyo Sistemas de números	14
Capítulo 1. Conozco el Sistema de los números naturales (N)	16
Tema 1. Identifico regularidades numéricas en situaciones de conteo y agrupación	17
Tema 2. Formas de conteo a través de la historia	23
Tema 3. Ordeno y represento el conjunto de los números naturales (N)	34
Tema 4. Reconozco los significados de las operaciones con los números naturales en situaciones concretas	39
Tema 5. Comprendo las propiedades matemáticas de las operaciones: suma, resta, multiplicación y división entre números naturales	45
Tema 6. Propiedades matemáticas de las operaciones: potenciación y radicación entre números naturales	55
Capítulo 2. Número racional positivo (Q⁺)	60
Tema 1. Reparto proporcional	61
Tema 2. Comprendo el significado de la fracción como razón	65
Tema 3. Comprendo el significado de la fracción como porcentaje	68
Tema 4. Fracciones decimales	71

	Tema 5. Realizo transformaciones con operadores de la forma xA	82
	Tema 6. Realizo transformaciones con operadores de la forma $x\frac{1}{b}$	85
	Tema 7. Realizo transformaciones con operadores de la forma $\frac{a}{b}x$	87
Unidad 2.	Mido y Construyo	96
	Capítulo 1. Trabajo en el espacio con localizaciones, transformaciones formas y figuras	98
	Tema 1. Conceptos básicos de geometría y manejo de instrumentos geométricos	99
	Tema 2. Ubico objetos en el espacio y modelo sólidos	110
	Tema 3. Construcciones simétricas y a escala	115
	Tema 4. Construyo ángulos y clasifico polígonos	125
	Capítulo 2. Realizo mediciones y cálculos	132
	Tema 1. Construyo los conceptos de magnitud y cantidad	133
	Tema 2. Realizo mediciones y cálculos de longitud	137
	Tema 3. Realizo mediciones y cálculos de áreas	144
	Tema 4. Realizo mediciones y cálculos de masa	154
	Tema 5. Realizo mediciones y cálculos de tiempo	156
Unidad 3.	Proporcionalidad	166
	Capítulo 1. Proporciones directas	168
	Tema 1. Cambio y variación directa	169
	Tema 2. Comprendo la proporcionalidad directa	183
Unidad 4.	Sistemas de datos	200
	Capítulo 1. Términos básicos, tabulación, representaciones gráficas y medidas de centralización	202
	Tema 1. Términos básicos de la estadística	203
	Tema 2. Interpretación de las medidas de centralización	217
	Tema 3. Probabilidad	221
	Bibliografía	243
	Referencias fotográficas	247

La educación es un derecho establecido en la Constitución Política de Colombia. En cumplimiento de ese mandato, el Ministerio de Educación ha diseñado y cualificado diferentes modelos educativos flexibles como alternativas a la oferta educativa tradicional, para responder a las características y necesidades particulares de los grupos poblacionales.

Es así como el Ministerio de Educación Nacional presenta el modelo educativo Secundaria Activa dirigido a los estudiantes de básica secundaria de las zonas rurales y urbanas marginales. Una alternativa de alta calidad, encaminada a disminuir las brechas en cuanto a permanencia y calidad en este nivel educativo.

La propuesta pedagógica de Secundaria Activa privilegia el aprendizaje mediante el saber hacer y el aprender a aprender. En procura de este objetivo, los textos están orientados al desarrollo de procesos relacionados con los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales que, de manera significativa y constructiva, van configurando las habilidades de los estudiantes para alcanzar el nivel de competencia esperado en cada grado.

Por esa razón, estos módulos de aprendizaje están diseñados sobre una ruta didáctica y editorial pensada para que los estudiantes, a partir del análisis e interpretación de diversas situaciones problema, puedan aproximarse a su realidad y a su cotidianidad, y le encuentren significado a los contenidos planteados.

Secundaria Activa cuenta entre sus componentes con módulos para los grados 6, 7, 8 y 9 de la básica secundaria, en las áreas de Matemáticas, Lenguaje, Ciencias Naturales y Educación Ambiental, Ciencias Sociales, Educación Ética y Valores Humanos, Educación Artística, Educación Física, Recreación y Deporte y orientaciones para la formulación e implementación de proyectos pedagógicos productivos.

Dispone también de un manual de implementación que ofrece indicaciones generales y pedagógicas sobre el modelo y, de guías para los docentes por cada área y grado, en las que encuentran orientaciones disciplinares y didácticas que apoyan su trabajo en el aula.

Esta propuesta es una oportunidad educativa para que muchos jóvenes puedan continuar sus estudios de básica secundaria y ampliar sus posibilidades de vida digna, productiva y responsable, como ciudadanos colombianos.

El modelo surgió del proceso de cualificación y adaptación de los módulos de Telesecundaria de México (1999-2002) para lograr la versión colombiana. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia reitera su agradecimiento a la Secretaría Pública de México (SEP) y al Instituto Latinoamericano para la Comunidad Educativa (ILCE) por el apoyo técnico y la generosidad en la transmisión de los avances educativos y tecnológicos durante esos años.



¿Cómo está compuesto el modelo Secundaria Activa?

El modelo Secundaria Activa contiene materiales educativos para siete áreas del conocimiento. Estas áreas son: Matemáticas, Ciencias Sociales, Lenguaje, Ciencias Naturales, Ética, Educación Física y Educación Artística. Además, presenta Orientaciones para el desarrollo de Proyectos Pedagógicos Productivos en los establecimientos educativos en los que se implementa el modelo. Estas orientaciones están dirigidas a docentes y a estudiantes por conjuntos de grados.

Estos materiales están conformados por módulos para los estudiantes y guías didácticas para los docentes de cada grado.



¿Cómo son los módulos de los estudiantes?

Los módulos de aprendizaje son los documentos básicos de trabajo para el estudiante. En ellos se consignan los estándares básicos de competencias propias de cada área, así como los diferentes momentos para desarrollar y aplicar los conceptos y temas propuestos. Cada módulo está compuesto por:



1 Unidad

Es la sección mayor que reúne los capítulos y los temas. Son cuatro unidades por cada módulo para las áreas básicas (Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Sociales, Ciencias Naturales, Ética y Valores y Educación Física).

2 Título

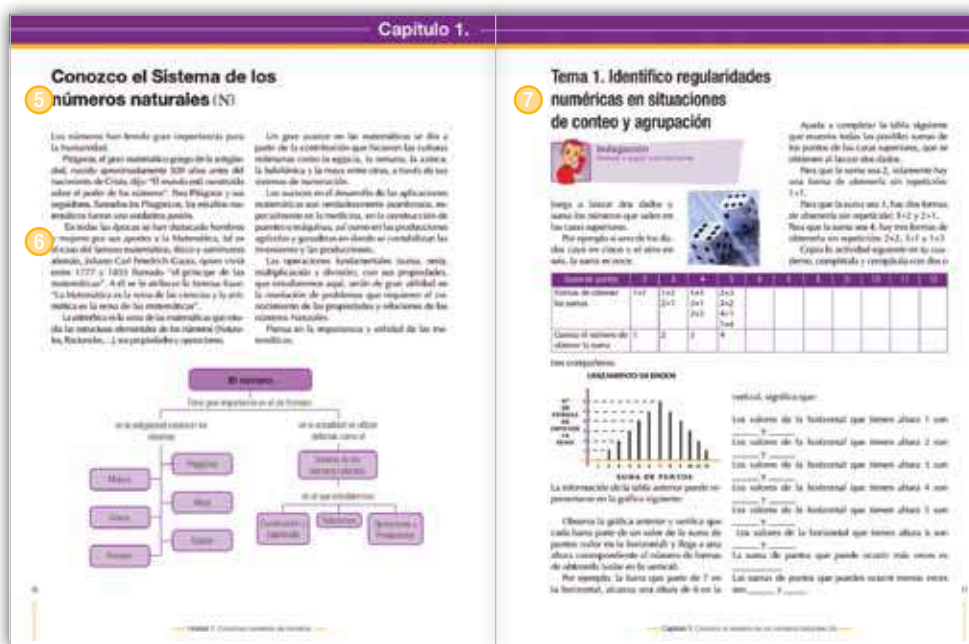
Es la presentación de la unidad de manera motivadora. Este título alude a la situación general que se trabajará en la unidad y guarda relación con las competencias propuestas por el MEN.

3 Resolvamos

Presenta una situación problemática de la vida cotidiana, la cual requiere el ejercicio de diferentes acciones de pensamiento como argumentar, discutir, explicar, debatir, indagar o proponer. Esta situación contextualiza al estudiante con los desarrollos básicos de la unidad y procura desequilibrios conceptuales que motiven al estudiante a encontrar soluciones. La situación planteada se acompaña de preguntas hipotéticas.

4 Referentes de calidad y capítulos

De manera enunciativa, exponen los estándares básicos de competencia y actividades que se desarrollarán en los capítulos.

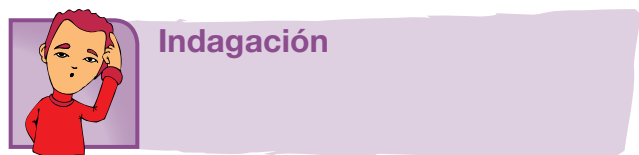


5 **Capítulo**
Corresponde a cada una de las divisiones de la unidad y se refieren a los lineamientos o ejes articulares de cada área.

6 **Organizador gráfico**
Muestra de manera sucinta y gráfica los principales elementos que se tratan en el capítulo y se convierte en un indicativo del derrotero y la interrelación de los elementos tratados.

7 **Tema**
Son las partes en que se dividen los capítulos. Cada tema se compone de los siguientes momentos:

- Indagación
- Conceptualización
- Aplicación



El propósito de este primer momento es acercar a los estudiantes a la temática mediante actividades previas como la presentación de situaciones, textos, material gráfico y actividades, que por su atractivo motivan a los jóvenes y con ello establece un primer acercamiento a los contenidos que se abordan. Igualmente, pretende indagar por los saberes previos que traen los estudiantes, a través de situaciones variadas.



Conceptualización

En este segundo momento confluyen diversas experiencias de aprendizaje que buscan la comprensión de los contenidos a través de lecturas y diversas actividades cognitivas. Los contenidos se elaboran de acuerdo con el desarrollo cognitivo de los estudiantes de cada grado, lo que implica una adecuada selección de los mismos y su profundidad, presentación y lenguaje adecuado. A la par de los contenidos, existen herramientas cognitivas que acompañan los contenidos conceptuales para favorecer su comprensión; por esto se presentan con subtítulos como ubicar, identificar, analizar, comparar, explicar, clasificar, inferir, transferir, aplicar, predecir, comunicar, entre otros.



Aplicación

Este tercer momento tiene por objeto trabajar las habilidades propias que desarrolla el área. Por ello, las actividades que se realizan enfrentan al estudiante a una situación real o de contexto para que logren un aprendizaje significativo.

Secciones flotantes

Dentro de los temas también se encuentran unas secciones flotantes que tienen el propósito de dinamizar los contenidos, presentando información que amplía o se relaciona con el concepto trabajado. Todas las áreas comparten la sección *Entendemos por*, en la que se presentan las definiciones de los conceptos clave. Las otras secciones están definidas en particular para cada una de las áreas (ver información íconos).

Aplico mis conocimientos

Esta sección se presenta a lo largo del momento de la conceptualización. Es un espacio que consta de actividades de aprendizaje que acompañan los contenidos conceptuales para favorecer su comprensión.

Entendemos por...

En este ladillo se incluyen las definiciones de los conceptos clave. El propósito de esta sección es enriquecer el léxico del estudiante.

Día a día

Aquí se trata de un texto en el que se relaciona la temática que se va desarrollando con aspectos de la vida diaria, con los que se relaciona el estudiante en su diario vivir, de tal manera que se evidencia como el conocimiento de la escuela tiene relación con la cotidianidad y por lo tanto es significativo.

Diversión matemática

Es airear el tema con algún acertijo o juego relacionado con el tema.

Cierre de capítulo

Al finalizar, cada capítulo ofrece:



8 Este capítulo fue clave porque

Presenta al estudiante una síntesis de los temas desarrollados durante el capítulo, para lo cual destaca su importancia y aplicabilidad.

9 Conectémonos con

Propone información que evidencia la relación de los contenidos básicos tratados con los de otras áreas de estudio y con las habilidades que estos puedan desarrollar.

Cada una de las unidades presenta al final:



10 Repasemos lo visto

Es la síntesis de la unidad y la conclusión de la situación problema.

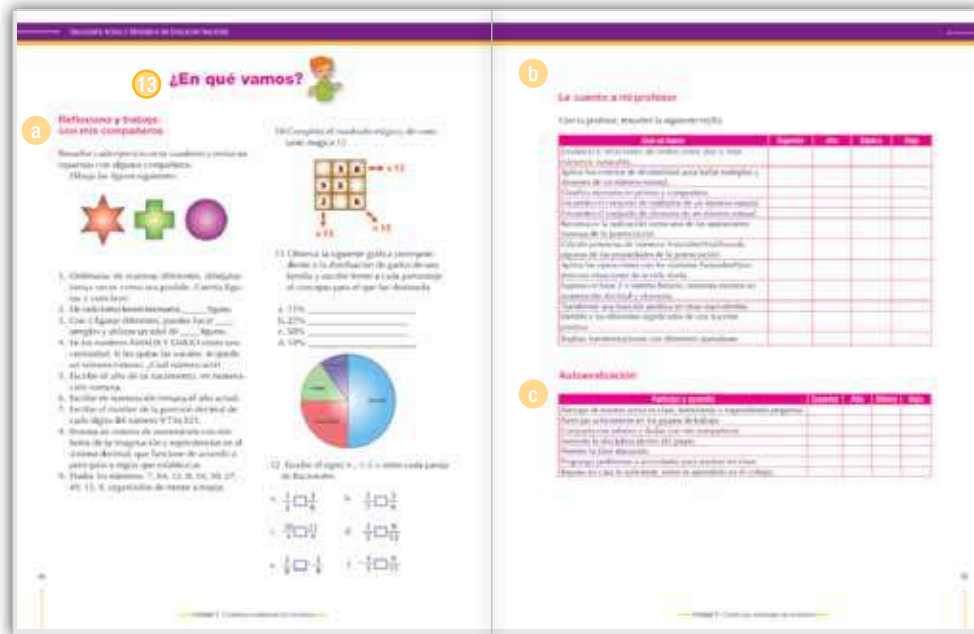


11 Mundo rural

Esta sección aprovecha el tema trabajado en la unidad, para relacionarlo con la vida del campo, de tal forma que los conceptos que se desarrollan contribuyan a la comprensión de fenómenos sociales y naturales rurales: ambiente, procesos productivos, organización comunitaria, paisaje, entre otros.

12 Dato curioso

Presenta información relacionada con aspectos como interpretación del tema por sujetos del pasado o aplicaciones tecnológicas en diferentes épocas, con la intención de motivar al estudiante, presentando la manera como los conceptos, las habilidades y los valores desarrollados por el género humano, en algunas oportunidades puede sorprender.



13 ¿En qué vamos?

Corresponde a los procesos de valoración del aprendizaje y evalúa si los aprendizajes de los estudiantes son significativos. También se busca que el estudiante sea responsable y controle su proceso de aprendizaje, es decir, su habilidad de autorregulación.

Esta sección está conformada por tres ejes:

a *Coevaluación.* Se presenta en la sección de *Reflexiono y trabajo con mis compañeros*, en la cual se mide la aprehensión de los conceptos, competencias y procedimientos esenciales a manera de aprendizaje colaborativo. El objetivo de esta sección es que el estudiante se vea frente a sus pares y los reconozca como interlocutores válidos. A este respecto, el estudiante podrá comparar sus respuestas con las de sus compañeros.

b *Heteroevaluación.* En el apartado titulado *Le cuento a mi profesor*, se establece un diálogo entre el docente y el estudiante para medir los alcances y logros especialmente de carácter procedimental (saber hacer) de las competencias, por medio de matrices que estipulan los criterios de calidad básicos de la unidad. Las matrices se ajustan desde los enunciados o metas de desarrollo y los criterios propios del Decreto 1290 de 2009.

c *Autoevaluación.* Corresponde a la sección *Participo y aprendo*, franja que cierra el proceso de valoración con una matriz en donde el estudiante se evalúa. Igualmente, esta sección permitirá establecer los procesos de mejoramiento para las unidades subsiguientes.

Construyo Sistemas de números

Resolvamos

Te has preguntado:

¿Para qué sirven los números?

Los números están involucrados en la vida del ser humano desde el instante en que nace hasta cuando muere y hasta después se siguen contando los años que tendría si viviera y los aniversarios de su fallecimiento, inclusive.

A lo largo de toda la vida, del ser humano está haciendo uso de los números.



Toñito es un niño que nació

El día 5

Del mes 6 (junio)

Del año 2010

Pesó 3,200 gramos

Midió 53 centímetros

Su primera camisita fue talla 0

En tu cuaderno, escribe

algunos datos numéricos personales como:

- Fecha de nacimiento.
- Número de tu documento de identidad.
- Estatura en centímetros.
- Edad en años cumplidos.
- Número de teléfono.
- Número de hermanos.

Piensa si hay alguna actividad propia del ser humano en la cual no se necesitan los números.

Si encuentras alguna descríbela.

Esta unidad te introducirá en una parte de la historia de las matemáticas que corresponde a los números. A través del estudio de los sistemas numéricos; tendrás un panorama de su evolución y apreciarás las ventajas del sistema de numeración decimal empleado actualmente en el mundo.

Podrás verificar que las personas utilizan los números para:

Identificar. Por ejemplo, un número telefónico, una dirección,...

Cuantificar. Por ejemplo, caminé 5 cuadras desde mi casa hasta la iglesia, tengo \$10,000.

Estos números se denominan cardinales por indicar la cantidad de elementos de un conjunto.



Ordenar. Por ejemplo, primero me lavo las manos, segundo tomo el almuerzo y tercero descanso.

Aquí se utilizan los números ordinales, que son aquellos que nos indican una secuencia u orden en la ocurrencia de formado por astros, planetas, estrellas, etc. la representación de la estructura de un átomo, el dibujo del “hombre de Vitruvio”, realizado en sucesos. Ellos son: primero, segundo, tercero, etcétera.

También conocerás la construcción del sistema de los números Naturales (\mathbb{N}) y los significados de los números Racionales positivos (\mathbb{Q}^+).

La ilustración siguiente muestra diferentes situaciones en las cuales se utilizan los números. En el universo están: el hombre de Vitruvio, que tiene las proporciones del cuerpo humano, dibujado en 1487 por Leonardo Da Vinci y el celular BlackBerry que ha logrado posicionarse en un lugar muy importante para las personas, hoy en día (año 2011).

Referentes de calidad	Capítulos
Estándares	
Formulo y resuelvo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.	1. Conozco el Sistema de los números naturales (\mathbb{N})
Utilizo números racionales en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.	2. Conozco los números racionales positivos (\mathbb{Q}^+)
Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.	
Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.	
Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.	
Formulo y resuelvo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.	



Conozco el Sistema de los números naturales (\mathbb{N})

Los números han tenido gran importancia para la humanidad.

Pitágoras, el gran matemático griego de la antigüedad, nacido aproximadamente 500 años antes del nacimiento de Cristo, dijo: “El mundo está construido sobre el poder de los números”. Para Pitágoras y sus seguidores, llamados los Pitagóricos, los estudios matemáticos fueron una verdadera pasión.

En todas las épocas se han destacado hombres y mujeres por sus aportes a la Matemática, tal es el caso del famoso matemático, físico y astrónomo alemán, Johann Carl Friedrich Gauss, quien vivió entre 1777 y 1855 llamado “el príncipe de las matemáticas”. A él se le atribuye la famosa frase: “La Matemática es la reina de las ciencias y la aritmética es la reina de las matemáticas”.

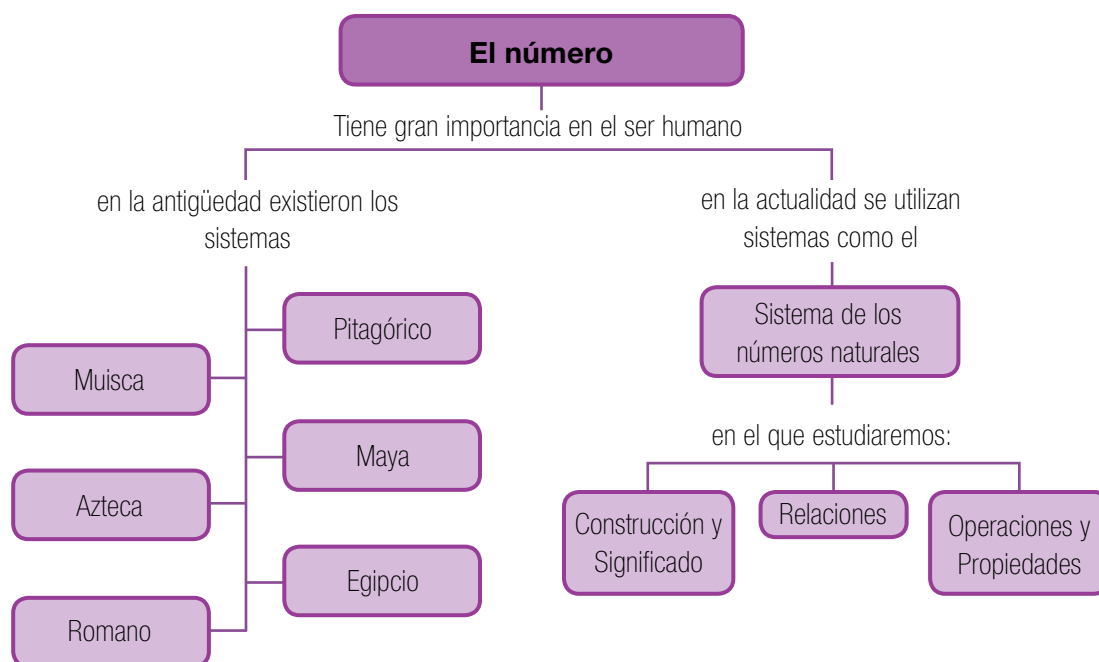
La aritmética es la rama de las matemáticas que estudia las estructuras elementales de los números (Naturales, Racionales,...), sus propiedades y operaciones.

Un gran avance en las matemáticas se dio a partir de la contribución que hicieron las culturas milenarias como la egipcia, la romana, la azteca, la babilónica y la maya entre otras, a través de sus sistemas de numeración.

Los avances en el desarrollo de las aplicaciones matemáticas son verdaderamente asombrosos, especialmente en la medicina, en la construcción de puentes o máquinas, así como en las producciones agrícolas y ganaderas en donde se contabilizan las inversiones y las producciones.

Las operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división), con sus propiedades, que estudiaremos aquí, serán de gran utilidad en la resolución de problemas que requieren el conocimiento de las propiedades y relaciones de los números Naturales.

Piensa en la importancia y utilidad de las matemáticas.



Tema 1. Identifico regularidades numéricas en situaciones de conteo y agrupación



Indagación
Vamos a jugar con números

Juega a lanzar dos dados y suma los números que salen en las caras superiores.

Por ejemplo si uno de los dados cayó en cinco y el otro en seis, la suma es once.



Ayuda a completar la tabla siguiente que muestra todas las posibles sumas de los puntos de las caras superiores, que se obtienen al lanzar dos dados.

Para que la suma sea 2, solamente hay una forma de obtenerla sin repetición: 1+1.

Para que la suma sea 3, hay dos formas de obtenerla sin repetición: 1+2 y 2+1.

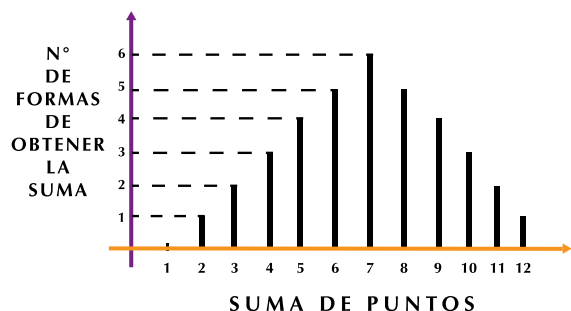
Para que la suma sea 4, hay tres formas de obtenerla sin repetición: 2+2, 3+1 y 1+3

Copia la actividad siguiente en tu cuaderno, complétala y compárala con dos o

Suma de puntos	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Formas de obtener las sumas	1+1	1+2 2+1	1+3 3+1 2+2	2+3 3+2 4+1 1+4							
Cuenta el número de obtener la suma	1	2	3	4							

tres compañeros.

LANZAMIENTO DE DADOS



La información de la tabla anterior puede representarse en la gráfica siguiente:

Observa la gráfica anterior y verifica que cada barra parte de un valor de la suma de puntos (valor en la horizontal) y llega a una altura correspondiente al número de formas de obtenerla (valor en la vertical).

Por ejemplo, la barra que parte de 7 en la horizontal, alcanza una altura de 6 en la

vertical, significa que:

Los valores de la horizontal que tienen altura 1 son _____ y _____

Los valores de la horizontal que tienen altura 2 son _____ y _____

Los valores de la horizontal que tienen altura 3 son _____ y _____

Los valores de la horizontal que tienen altura 4 son _____ y _____

Los valores de la horizontal que tienen altura 5 son _____ y _____

Los valores de la horizontal que tienen altura 6 son _____ y _____

La suma de puntos que puede ocurrir más veces es _____

Las sumas de puntos que pueden ocurrir menos veces son _____ y _____



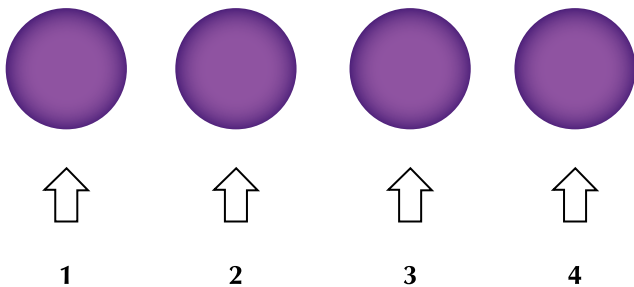
Conceptualización

A continuación encontrarás el planteamiento de algunas situaciones en las cuales se realiza conteo. Las formas para realizar el conteo son diversas:

Contamos con los dedos de las manos.



Contamos elementos de una colección acumulando uno con el siguiente, por ejemplo círculos.



Cuando llegas al elemento cuatro, has hecho una suma y significa que estás viendo cuatro círculos.

Es importante al contar llevar un orden, porque si se cuenta un objeto dos veces o se deja de contar, el resultado va a estar errado.

Otra forma de contar es de abajo hacia arriba acumulando objetos o señalando uno por uno o también agrupando.

A continuación se te presentan unas situaciones con formas de contar diferentes.

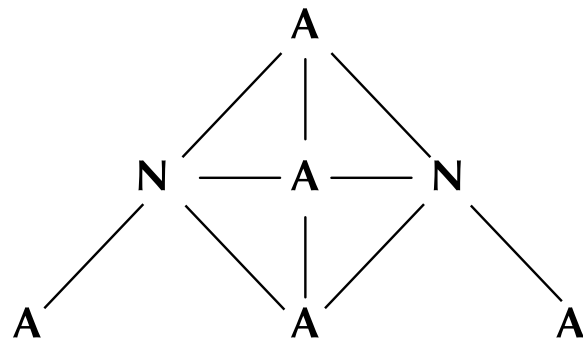
Copia los diagramas en tu cuaderno y resuelve lo que se te pide.

Situación 1

El diagrama de abajo, muestra una distribución de letras.

Dibuja el diagrama en tu cuaderno y señala con colores los caminos posibles que puedes seguir para formar la palabra "ANA".

Cuenta el número de caminos y escribe ese valor.



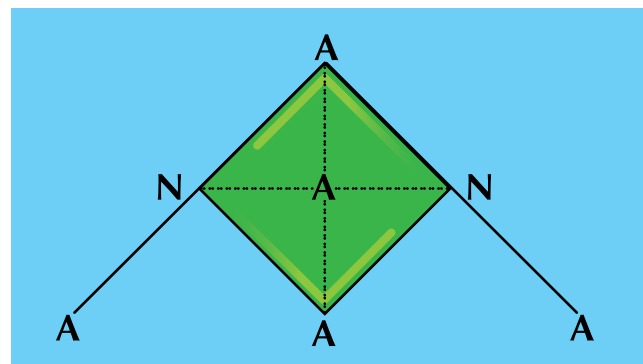
Los símbolos diferentes utilizados para formar la palabra ANA son dos:

A y N, entonces puede generar una base 2 y los grupos de letras se forman de tres en tres.

Por los caminos de la palabra ANA se ha formado un cuadrado de color verde

Los bordes negros que limitan el cuadrado son sus lados.

Escribe en tu cuaderno, cuántos lados tiene el cuadrado.



La parte de color verde (cuadrado) limitada por los lados, es el interior de la figura y la parte de color azul, es el exterior de la figura llamada cuadrado.

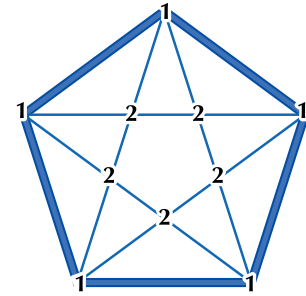
Las líneas punteadas que se ven en el interior del cuadrado (figura verde), son las diagonales de éste.

Cuenta las diagonales que ves y escríbelas en tu cuaderno.

Situación 2

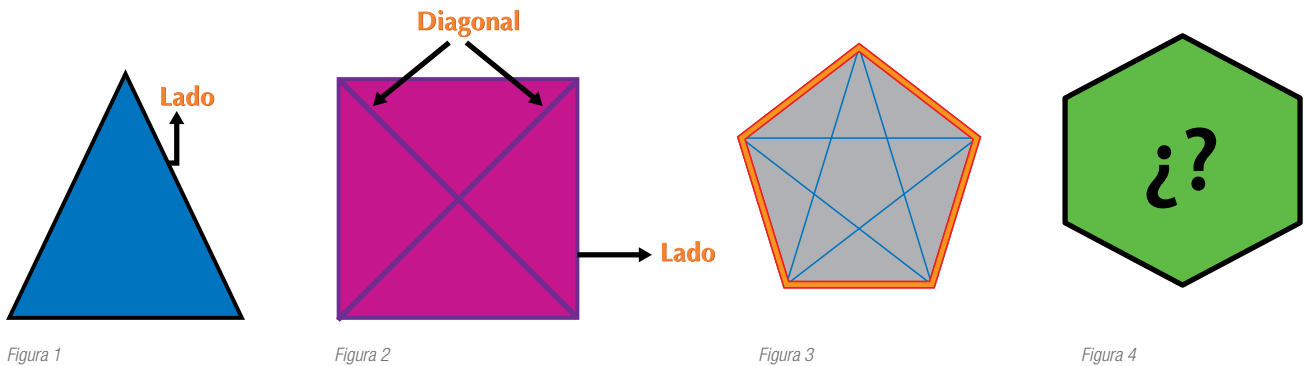
En la gráfica siguiente, cuenta el número de caminos para formar el número 1221 y anótalos en tu cuaderno.

Los símbolos diferentes, utilizados para formar el número 1221 son dos: el 1 y el 2, entonces puede generar una base dos.



Situación 3

Observa las figuras 1, 2, 3 y 4 que aparecen a continuación.



La disposición de las figuras se ha arreglado, teniendo en cuenta el número de lados.

En tu cuaderno, debes copiar la siguiente tabla y completarla. Para ello debes contar los lados y las diagonales en cada figura.

Número de la figura	Nombre de la figura	Número de lados	Número de diagonales
1	Triángulo		
2	Cuadrilátero		
3	Pentágono		
4	Hexágono		

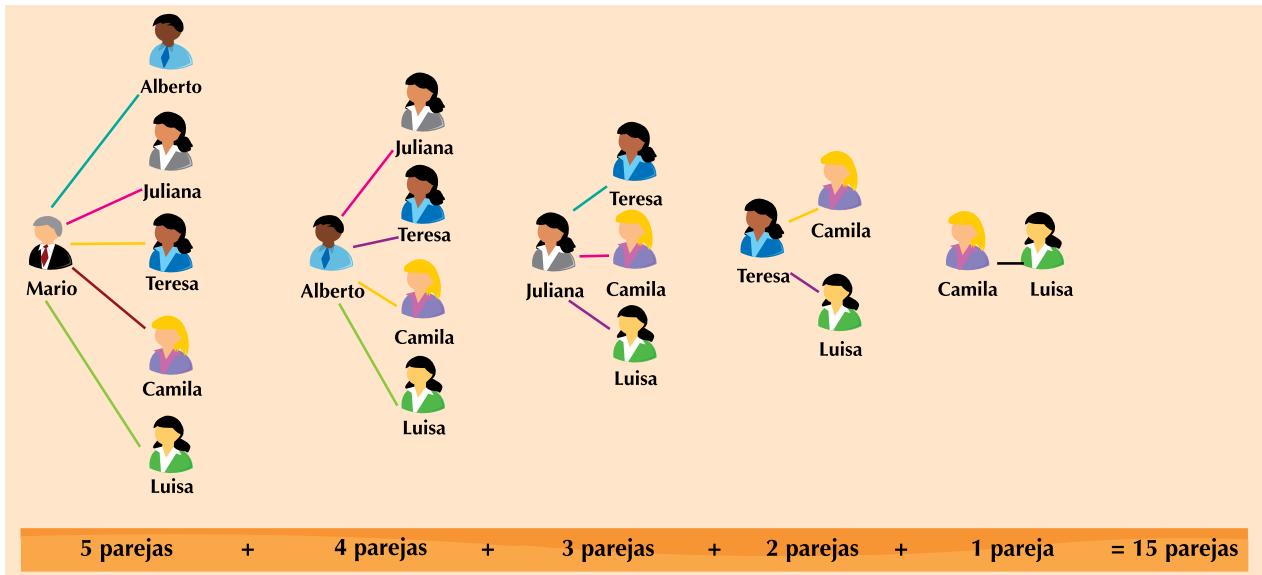
Situación 4

Una empresa productora de papel solicita a través de aviso radial la vinculación de dos personas para el área de producción y como aspirantes se han presentado seis personas que cumplen con los requisitos exigidos para el cargo.

¿De cuántas formas se pueden seleccionar dos personas distintas para el cargo? Sugerencia:

Como de las 6 personas, solo seleccionan 2, entonces recuerda formar grupos de dos en dos, sin importar el orden. Un arreglo como este, en que no importa el orden, recibe el nombre de combinación.

Diagrama de árbol



Como puedes ver, con seis personas diferentes se forman 15 grupos de dos personas cada uno.

Hemos analizado situaciones que nos dan la idea de base, así podemos decir que:

El grupo de símbolos diferentes, que tiene un sistema de numeración y con el que se puede escribir cualquier otro número del mismo sistema, se llama base.

Así:

La base 2 tiene dos elementos diferentes y agrupa las unidades de dos en dos.

La base 3 tiene tres elementos diferentes y agrupa las unidades de tres en tres.

La base 6 tiene seis elementos diferentes y agrupa las unidades de seis en seis.

La base 10 tiene diez elementos diferentes y agrupa las unidades de diez en diez.












Aplicación

Analiza los dos problemas siguientes y responde en tu cuaderno los interrogantes.

Compara y discute tus respuestas, con dos o tres compañeros.

1. Un equipo de fútbol tiene tres camisetas de diferente color y dos pantalonetas una blanca y otra negra.

		FILAS		
C O L U M N A S	camisetas			
	pantalonetas	 ↓ 		
	 →  ↓ 			
				

¿De cuántas formas posibles se puede uniformar el equipo?

El diagrama de arriba te ayudará a encontrar la solución.

Copia el diagrama en tu cuaderno y completa los colores respectivos para la camiseta y la pantaloneta que conformarán cada uniforme.

Con las dos pantalonetas y las tres camisetas, ¿cuántos uniformes tiene el equipo?

2. En cada círculo que forma parte del triángulo de la figura A, debes escribir un número del 1 al 9, de tal manera que sumando los números de los cuatro círculos de cada lado, resulte siempre 17.

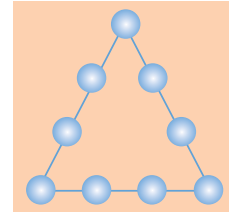


Figura A

3. En la figura B hay triángulos grandes, medianos y pequeños. ¿Cuántos triángulos hay en total?

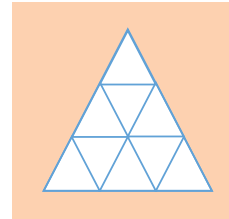
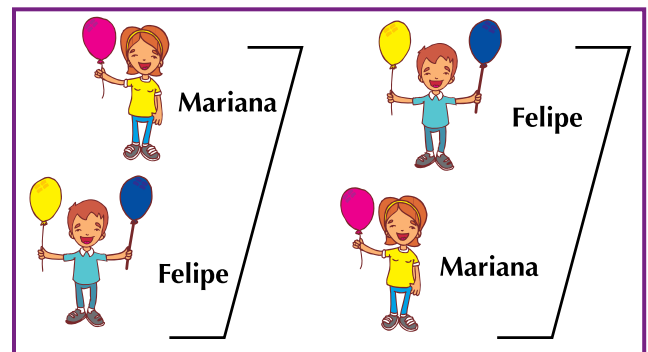
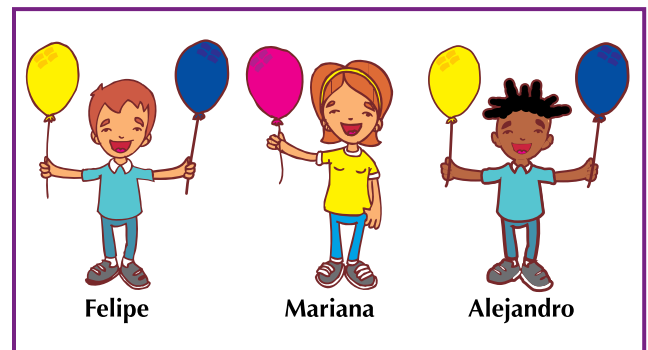


Figura B

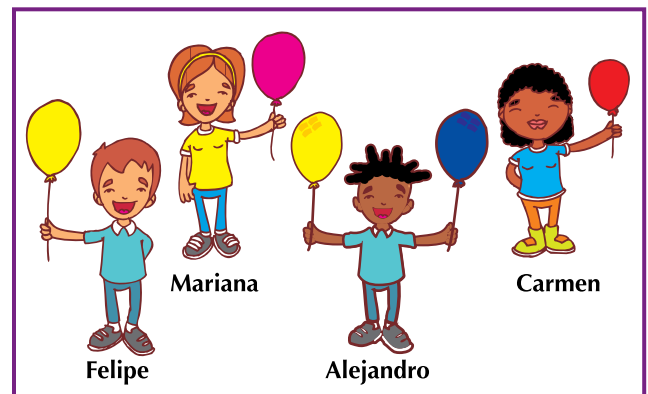
4. Felipe y Mariana pueden ubicarse uno detrás del otro de dos formas diferentes, si Felipe se representa con la letra F y Mariana con la letra M, los arreglos son: FM (Felipe adelante y Mariana atrás); MF (Mariana adelante y Felipe atrás).



5. ¿De cuántas formas diferentes pueden ubicarse uno detrás del otro: Felipe, Mariana y Alejandro? Escribe todos los arreglos.



6. ¿De cuántas formas diferentes pueden ubicarse, uno atrás de otro: Felipe (F), Mariana (M), Alejandro (A) y Carmen (C)? Escribe todos los arreglos.



Entendemos por...

Combinación aquel arreglo de elementos en donde nos interesa formar grupos sin importar el orden.

Cuando nos vestimos, elegimos combinaciones de las piezas que conforman el vestido que vamos a lucir (ropa interior, camiseta o camisa, pantalón, medias y zapatos).

Diversión matemática

Combinando vestidos

Juanita quiere vestir su muñeca y tiene para ello un pantalón azul, una falda roja y dos blusas: una blanca y otra amarilla.

Ayuda a Juanita a combinar todos los posibles vestidos que pueda lucir su muñeca.



Día a día

Permacultura

La permacultura o agricultura permanente es la agricultura ecológica.

En ella deben existir por lo menos las zonas siguientes:

- A. Zona de huertos (bancales hortalizas).
- B. Zona de curcubitáceas: calabazas, papas y batatas.
- C. Zona de Frutales.
- D. Zona de Forraje-Cereales.

Tanto la zona A como la zona C, serán fijas, pero la zona B con la zona D se pueden cambiar.

En la zona de huertos una vez hecho los bancales, jamás se vuelve a cavar.

También habrá una zona para corrales, debido a la necesidad de ser más autosuficiente.

El organizar la finca en zonas, permite al agricultor llevar un mejor orden en el conteo de los insumos y cosechas logrando así un control en la producción y cuidado del suelo.

Información de: <http://www.rinconesdelatlantico.com/num2/permacultura.html>

Tema 2. Formas de conteo a través de la historia



Indagación

Los sistemas de numeración se caracterizan por tener símbolos para representar los números, con los que se pueden hacer algunas operaciones básicas como: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. Cada operación tiene sus propiedades, de acuerdo con el sistema numérico y también cada una de ellas combina símbolos y signos.

Así, el sistema de numeración decimal tiene diez símbolos diferentes: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, estos son los dígitos y los arreglos grupales se hacen de diez en diez, razón por la cual, es un sistema en base diez.



Por ejemplo:

La gráfica de arriba muestra 23 estrellitas organizadas en 2 grupos de 10 cada uno y 3 estrellitas sueltas.

Elas representan el número 23 en base 10.

También existen otras formas de agrupar que generan bases diferentes. Así por ejemplo, con solo 2 símbolos diferentes puede conformarse el sistema en base 2, llamado sistema binario (lenguaje de los computadores, con el 0 y el 1), con 5 símbolos diferentes puede conformarse el sistema quinario y así veremos otros sistemas que a lo largo de miles de años han surgido en varios lugares del planeta.

Ahora imagina que tú eres un hombre primitivo, dueño de una cantidad de ovejas, que estás viviendo en una época y lugar en donde todavía no existen los números.

¿Cómo harías para llevar un registro escrito de la cantidad de tus ovejas?

Discútelo con tus compañeros.



Conceptualización Números triangulares o pitagóricos

Para los pitagóricos que vivieron en el siglo V a.C. (siglo 5° antes del nacimiento de Cristo), la representación de los números estaba conformada por conjuntos de puntos dispuestos geoméricamente, como se muestra en la figura 1.

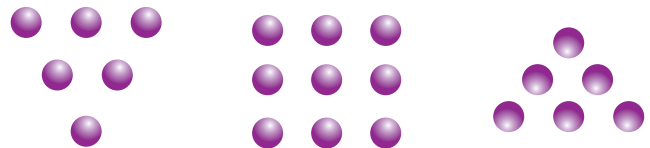


Figura 1

Los arreglos formados por puntos y formas de triángulos dan origen a los llamados números triangulares. Tales números triangulares son: 1, 3, 6, 10, 15, ... Aunque un solo punto no forma un triángulo, por convención (acuerdo) se acepta que el 1 es número triangular.

Para los números 3, 6, 10, 15, etc. la representación pitagórica es un arreglo triangular, cuyo valor es la suma de los puntos que están dispuestos diagonalmente de izquierda a derecha, como se muestra en la figura 2.

Arreglos triangulares pitagóricos					
Número	1	3	6	10	15
Representación					
Composición	1	1+2	1+2+3	1+2+3+4	1+2+3+4+5
Posición	1°	2°	3°	4°	5°

Figura 2

En tu cuaderno, copia y completa la tabla siguiente, en la cual quedará organizada la información correspondiente a las sumas de los arreglos de los primeros ocho números triangulares.

Números triangulares

Posición	Arreglo	N° de puntos
1a	1	1
2a	1 + 2	3
3a	1 + 2 + 3	
4a	1 + 2 + 3 + 4	10
5a	1 + 2 + 3 + 4 + 5	15
6a	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6	
7a	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7	28
8a	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8	

Tabla 1

Discute con algunos compañeros cuántos puntos debe tener el arreglo que ocupa la posición 9ª y la 22ª en la tabla 1 y escribe en tu cuaderno, con tus palabras el proceso utilizado para saber cuál es el número de puntos para cualquier posición en la tabla N° 1.

La suma de 2 números triangulares consecutivos, da origen a números que son cuadrados.

Observa las representaciones siguientes, en la Figura 3 y en la Figura 4.



Figura 3

1 + 3 = 4 que es el cuadrado de 2



Figura 4

3 + 6 = 9 que es el cuadrado de 3

Por lo tanto, como pudiste ver

La suma de dos números triangulares consecutivos da como resultado un número cuadrado.

En tu cuaderno, representa la formación del número cuadrado 4, utilizando los números triangulares consecutivos 1 y 3.

Numeración muisca

¿Quiénes fueron los muisca?

Los Muisca habitaron entre los altiplanos y valles de la cordillera Oriental colombiana, principalmente entre el macizo de Sumapaz y el nevado del Cocuy, a lo largo de los ríos Bogotá, Suárez y Chicamocha.

La zona más poblada fue la sabana cundiboyacense, entre ellas, Bogotá, Nemocón, Ubaté, Chiquinquirá, Tunja y Sogamoso.

Fue el grupo de lengua chibcha más importante de los Andes colombianos, que ocupó la zona aproximadamente 1,000 después del nacimiento de Cristo.

Sobresalieron por su habilidad como mercaderes, practicaron el intercambio mercantil.

Uno de los principales productos que los Muisca intercambiaron a través del sistema de trueque fue la sal, a cambio de la cual recibían oro, esmeraldas,



amatistas y topacios que luego trabajaban a su manera para volverlo a intercambiar.

Llegaron a establecer tasas de interés sobre créditos comerciales, lo que quedó sustentado en una legislación de acuerdos comerciales entre las partes, que debía respetarse, so pena de recibir sanción de tipo social o económico, mediante la confiscación de sus bienes. También usaban como monedas discos de oro.

Utilizaron el sistema basado en los dedos de las manos y de los pies para contar; al llegar al veinte, comenzaban otra veintena; el palmo y el pie fueron sus medidas de longitud.

Existen los escritos del Padre José Domingo Duquesne (1748-1821), sacerdote bogotano quien afirma que los Muiscas conocieron guarismos para representar las cantidades numéricas y presenta un conjunto de símbolos gráficos representando dichos guarismos en un sistema vigesimal (20 símbolos).

Las ciencias estaban representadas por la astronomía, la meteorología y la confección de un calendario que servía de base para la agricultura, ya que los cultivos dependían directamente del comportamiento del sol (Zué) y de la Luna (Chía). Dividían el año solar en cuatro épocas, delimitadas por los períodos de invierno y verano, que a su vez se subdividían de acuerdo a los cambios lunares.

información de: <http://pwp.supercabletv.net.co/garcru/colombia/colombia/indios.html> los muiscas

Numeración maya

Entre los antiguos sistemas de numeración se encontraba el que usó la civilización Maya en América.

La primera que empleó el principio de posición, a la vez que utilizó un símbolo para el cero.

Es importante resaltar que sin ninguna influencia de las culturas de Medio Oriente, los sacerdotes mayas crearon un sistema de numeración con el empleo de sólo tres símbolos, los cuales se encuentran representados en sus calendarios y relaciones astronómicas.

Los tres símbolos básicos empleados en el sistema de numeración maya son:

- Representa 1 unidad.
- Representa 5 unidades.
- ⊙ Representa la carencia de unidades, esto es el 0.

En la numeración maya se aplica el principio aditivo y los números del uno al diecinueve se representan de la siguiente manera:

	•	••	•••	••••
0	1	2	3	4
—	•—	••—	•••—	••••—
5	6	7	8	9
≡	•≡	••≡	•••≡	••••≡
10	11	12	13	14
≡	•≡	••≡	•••≡	••••≡
15	16	17	18	19





Para los números mayores que diecinueve empleaban el principio posicional y el cero, debido a que su sistema numérico era vigesimal, es decir, tenía como base el número veinte (porque tenía 20 símbolos distintos).

- Quinta posición: 20 grupos de 8,000 equivalen a $20 \times 20 \times 20 \times 20 = 160,000$, es decir $20^4 = 160,000$.
- Cuarta posición: 20 grupos de 400 equivalen a $20 \times 20 \times 20 = 8,000$, es decir $20^3 = 8,000$.
- Tercera posición: 20 grupos de 20, equivalen a $20 \times 20 = 400$, es decir $20^2 = 400$.
- Segunda posición: 1 grupo de 20 equivalen a 20, es decir $20^1 = 20$.
- Primera posición: Elementos no agrupados.

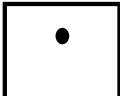

En este sistema, los mayas escribían sus números en forma vertical, de abajo hacia arriba, y en este orden cada renglón determina una posición.

Para representar números iguales o mayores que veinte, se multiplica el valor numérico de cada posición por la potencia de veinte correspondiente y, en seguida, se suman los productos parciales.

Ejemplo 1

Cuarta posición		$= 1 \times 20^3 = 1 \times 8,000 = 8,000$
Tercera posición		$= 2 \times 20^2 = 2 \times 400 = 800$
Segunda posición		$= 8 \times 20^1 = 8 \times 20 = 160$
Primera posición		$=$ 13 elementos no agrupados
		<hr style="width: 10%; margin-left: auto; margin-right: 0;"/> 8,973

Ejemplo 2

Segunda posición		$= 1 \times 20^1 = 1 \times 20 = 20$
Primera posición		$=$ $\frac{+0 \text{ elementos no agrupados}}{20}$

De los ejemplos anteriores, puedes deducir que:

El sistema de numeración maya fue posicional porque cada símbolo tenía un valor determinado según la posición que ocupara. La base del sistema de numeración maya era 20.

El sistema de numeración maya utilizó un símbolo para el cero.

Numeración azteca

En México, entre los siglos XIV y XVI de nuestra era (1500 a 1700) se desarrolló la civilización azteca. Los aztecas crearon un sistema de cifras que conocemos a partir de manuscritos que los especialistas llaman Codex.

En ellos los escribas expresaban por escrito los resultados de sus inventarios y el recuento de los tributos recogidos por el imperio reproduciendo cada cifra tantas veces como fuera necesario junto a los pictogramas asociados.

Esta numeración se basa en el principio aditivo según el cual el valor de una representación se obtiene sumando los valores de las cifras. Era una numeración de base vigesimal.

A continuación se presentan algunos símbolos y valores del sistema de numeración azteca.

- = Uno
- = Dos
- = Tres
- = Cuatro
- = Cinco
- = Seis
- = Siete
- = Ocho
- = Nueve

Como puedes observar, los aztecas utilizaban puntos o disquitos para los números que van del 1 al 9.

Para otros números se empleaban símbolos convencionales o jeroglíficos: un rombo, una bandera, un tapete, un sol, un árbol o abeto y finalmente una bolsa.

- ◊ = Diez
- ▣ = Quince
- ▢ = Veinte
- ▤ = Sesenta
- ☀ = Ochenta
- ☀☀ = Cuatrocientos
- ☀☀☀ = Ocho mil

Otros números del sistema azteca son:

Para algunos números, los aztecas usaban parte de los símbolos, como por ejemplo:

◊ • = 11 ▣ ••• = 23

☀ ▣ ▣ •• = 123

Escribe en tu cuaderno dos formas de representar el 5 y el 18 en sistema de numeración azteca.

▣ = 20 ▣ (parte superior) = 15
 ▣ (parte inferior) = 10 ▣ (parte superior e inferior) = 5

Numeración egipcia

Cientos de años antes que los griegos, los egipcios tenían un sistema de numeración, como lo prueban los jeroglíficos tallados en monumentos y papiros, como el del Rhind, escrito por el escriba Ahmes aproximadamente en el año 1650 antes de Cristo.

En la tabla N° 2 se presentan algunos símbolos de la numeración egipcia, sus nombres y el valor que les corresponde en la numeración decimal (base 10), la más utilizada en la actualidad.

La base de numeración egipcia es diez, como se ve a continuación:

Símbolo	Nombre	Valor en el sistema decimal
	Bastón	1
∩	Talón	10
∩∩	Cuerda enrollada	100
☀	Flor de loto	1,000
☀☀	Dedo señalando	10,000
☀☀☀	Pez o ballena	100,000

Tabla 2


Elementos no agrupados

- 1 grupo de 10 equivale a 10, es decir: $10^1 = 10$
- 10 grupos de 10 equivalen a $10 \times 10 = 100$, es decir: $10^2 = 100$
- 10 grupos de 100 equivalen a $10 \times 10 \times 10 = 1,000$, es decir: $10^3 = 1,000$
- 10 grupos de 1000 equivalen a $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10,000$, es decir: $10^4 = 10,000$
- 10 grupos de 10,000 equivalen a $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100,000$, es decir: $10^5 = 100,000$

Para escribir y leer los diferentes números que se representaban en el sistema de numeración egipcio, se debía efectuar la suma de los símbolos empleados.

Por ejemplo:

 Representa 1203

 Representa 36

También en Europa, surgió el sistema de numeración romano, el cual se utiliza aún en nuestro medio para designar épocas referidas a siglos y en los tableros de algunos relojes, entre otros.

Numeración romana

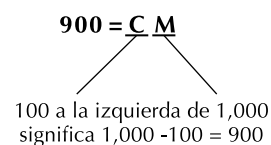
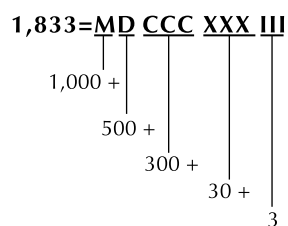
En el sistema romano, los símbolos que representan los números son algunas letras del alfabeto y cada una tiene un valor decimal equivalente determinado, como lo puedes ver en las tablas siguientes:

Símbolos fundamentales	Valor
I	1
X	10
C	100
M	1,000

Símbolos secundarios	Valor
V	5
L	50
D	500

Para representar números en el sistema romano, se combinan los símbolos, teniendo en cuenta las reglas siguientes:

1. Cada símbolo tiene un valor único.
I = 1 X = 10 C = 100 M = 1,000 V = 5
L = 50 D = 500.
1. Los símbolos I, X y C pueden repetirse hasta tres veces en un mismo número.
300 = CCC pero 400 = 500 - 100 = CD.
1. Se cumplen los principios de adición y sustracción.



1. Una raya sobre la letra, multiplica el número por 1,000. Ejemplo, V=5 y \bar{V} =5,000

En la actualidad, el sistema de numeración más utilizado en el mundo es el Sistema de Numeración Decimal, que es el que utilizamos en nuestra vida cotidiana, conocido también como Sistema de Numeración Decimal Indoarábigo, porque según evidencias, tuvo su origen en la India, un país del continente Asiático y fueron los árabes, de Asia también, quienes lo enseñaron a Europa.

Se llama Decimal porque su base es el número 10 y es un sistema posicional porque los números adquieren diferentes valores dependiendo de la posición que ocupen. Así, en el número 57, el dígito 7 vale siete unidades y el dígito 5 vale cincuenta unidades.

Sistema de numeración decimal

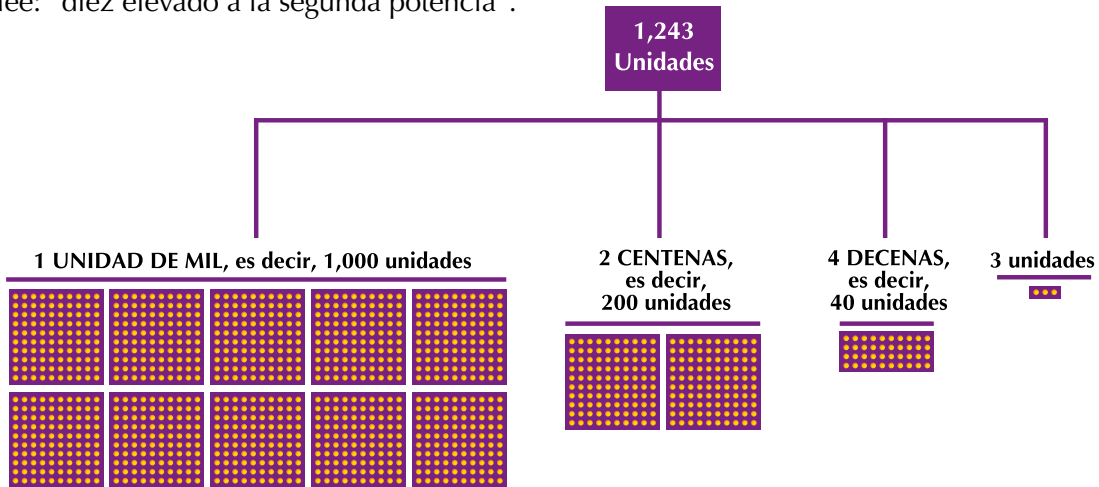
En el sistema de numeración decimal los diez símbolos diferentes son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (conocidos también como números dígitos) y haciendo agrupaciones de 10 en 10, hasta ocupar una posición de orden superior de derecha a izquierda obtenemos el valor relativo de los diferentes dígitos de un número.

Cada 10 unidades forman 1 decena y cada 10 decenas 1 centena (100 unidades).

El esquema siguiente muestra los grupos que se forman sucesivamente en el sistema posicional decimal para el número 1,243. (mil doscientos cuarenta y tres).

- Un grupo de diez unidades $10 = 10^1$.
- Un grupo de cien unidades $100 = 10 \times 10 = 10^2$ y se lee: "diez elevado a la segunda potencia".

- Un grupo de mil unidades $1,000 = 100 \times 10 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ y se lee: "diez elevado a la tercera potencia".
- Un grupo de una decena de mil $10,000 = 1,000 \times 10 = 100 \times 10 \times 10 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$ y se lee: "diez elevado a la cuarta potencia".



Si tienes diez grupos de centenas, es decir 10 grupos de 100 unidades cada uno, formarás el grupo de las unidades de mil.

Así, en el número 5,648, el 8 equivale a 8 unidades, el 4 a 40 unidades, el 6 a 600 unidades y el 5 a 5,000 unidades. En otras palabras, el número 5,648 es el resultado de la operación $8 + 40 + 600 + 5,000$.

En 5,648 unidades hay:

En la tabla siguiente muestra la descomposición del número 5,648 en unidades, decenas, centenas y unidades de mil.

	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
				8
			4	0
	6	0	0	0
5	0	0	0	0
5	6	4	8	
Total	5×10^3	6×10^2	4×10^1	8

También puede expresarse como la suma de cada dígito multiplicado por su respectiva potencia de 10, correspondiente a su posición desde las unidades, así:

$$5,648 = \underbrace{5 \times 10^3}_{\text{Unidades de mil}} + \underbrace{6 \times 10^2}_{\text{Centenas}} + \underbrace{4 \times 10^1}_{\text{Decenas}} + \underbrace{8}_{\text{Unidades}}$$

Observa que en el número 5,648 el valor relativo de 6, que está en el tercer lugar de derecha a izquierda, es 600, que equivale a 6×100 , es decir, 6 centenas porque 1 centena = 100 unidades. Por lo tanto, puede afirmarse que el sistema de numeración decimal es un sistema posicional y aditivo en base 10.

Sistema de numeración binaria (0,1)

Además del sistema de numeración en base 10, hoy en día en el mundo se usan, otros sistemas posicionales importantes, como es el caso del sistema de numeración binario, que tiene solamente dos símbolos distintos: el cero y el uno.

Su importancia radica en que este sistema se aplica en el funcionamiento y manejo de los computadores, cuyo uso se hace cada día más común.

El sistema de numeración binario fue un aporte del matemático alemán Guillermo Leibniz (1646 - 1716). La base para agrupar estos símbolos es dos, de manera que se arreglan de dos en dos y cuando hay más de un grupo de dos se hace una nueva agrupación, y así sucesivamente.

Elementos no agrupados

1 grupo de 2 elementos equivale a 2, es decir $2^1 = 2$.

2 grupos de 2 elementos equivalen a $2 \times 2 = 4$, es decir $2^2 = 4$.

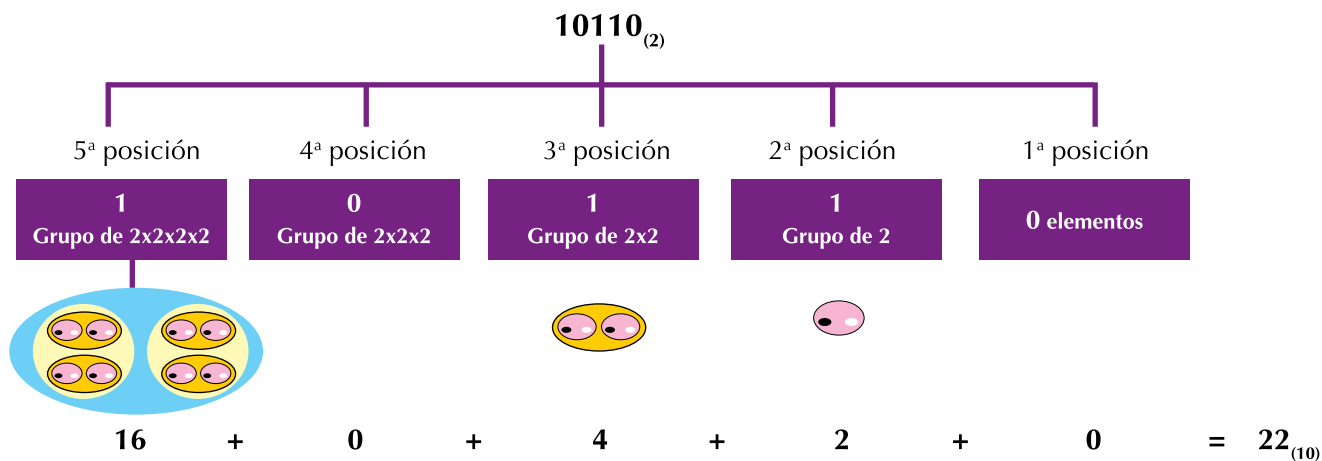
2 grupos de 4 elementos equivalen a $2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, es decir $2^3 = 8$.

2 grupos de 8 elementos equivalen a $2 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$, es decir $2^4 = 16$.

Por ejemplo:

El número 10110 en base 2, corresponde al número 22 en base 10.

Para buscar el equivalente en base 10, de un número expresado en base dos, se procede de derecha a izquierda multiplicando cada cifra por 2 elevado a la potencia con exponente 0, 1, 2, 3, según la posición que ocupe.



Estudia los ejemplos siguientes, con dos o tres compañeros:

1. Escribe en Sistema de numeración decimal el número:

a. Binario: 1101₂

Solución:

Cuarta posición	Tercera posición	Segunda posición	Primera posición	
1×2^3	+	1×2^2	+	0×2^1
+		+		+
1×8	+	1×4	+	1
8	+	0	+	1
				= 13

Por lo tanto el número 1101₂ (se lee: 1101 en base 2) equivale a 13 (se lee: 13 en base 10).

b). Verifica que 11111 en base 2 equivale a 31 en base 10.

Solución:

Quinta posición		Cuarta posición		Tercera posición		Segunda posición		Primera posición	
1×2^4	+	1×2^3	+	0×2^2	+	1×2^1	+	1	=
1×16	+	1×8	+	1×4	+	1×2	+	1	=
16	+	8	+	4	+	2	+	1	= 31

Por lo tanto el número 1101_2 (se lee: 1101 en base 2) equivale a 13 (se lee: 13 en base 10).

2. Dado el valor relativo de cada cifra, descubre el número.

Se tiene: 1 grupo de $2 \times 2 \times 2$, 0 grupo de 2×2 , 1 grupo de 2 y 1 punto suelto,

a. ¿Cuál es el número en base 2?

b. ¿Cuál es el número en base 10?

Solución

a. 1 grupo de $2 \times 2 \times 2$	→	1 $\times 2^3$ indica 1 en 4ª posición	} el número 1011_2 en base 2 se escribe 1011_2
0 grupo de 2×2	→	0 $\times 2^2$ indica 0 en 3ª posición	
1 grupo de 2	→	1 $\times 2^1$ indica 1 en 2ª posición	
1 punto suelto	→	1 indica 1 en 1ª posición	
b. 1 grupo de $2 \times 2 \times 2$	→	1 $\times 2^3 = 1 \times 8$	8 +
0 grupo de 2×2	→	0 $\times 2^2 = 0 \times 4$	0
1 grupo de 2	→	1 $\times 2^1 = 1 \times 2$	2
1 punto suelto	→	1	<u>1</u> 11

El número 1011_2 corresponde a 11, esto es: 1011 en base 2 equivale a 11 en base 10.

3. La siguiente tabla muestra el conteo de los 15 primeros números binarios y sus equivalencias en el sistema decimal.

En sistema binario				sistema decimal
4ª posición	3ª posición	2ª posición	1ª posición	
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9
1	0	1	0	10
1	0	1	1	11
1	1	0	0	12
1	1	0	1	13
1	1	1	0	14
1	1	1	1	15

4. Verifica tres de las equivalencias presentadas en la tabla como lo indica el ejemplo:

$$1100_2 = 12_{10}$$

Comprobémoslo así:

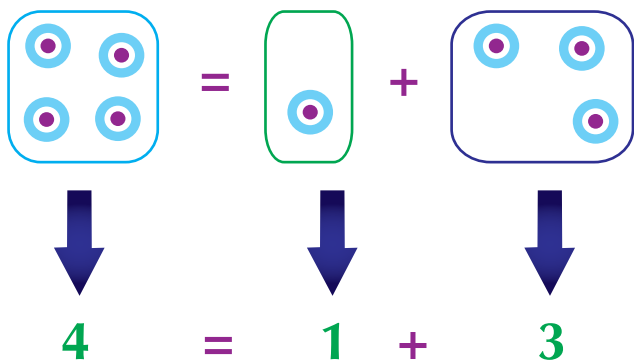
$$\begin{array}{r} 1 \text{ grupo de } 2 \times 2 \times 2 = 8 \\ 1 \text{ grupo de } 2 \times 2 = 4 \\ 0 \text{ grupo de } 2 = 0 \\ 0 \text{ elementos sueltos} = \underline{0} \\ \hline 12 \end{array}$$



Aplicación

Para trabajar las actividades que siguen, debes copiar las situaciones en tu cuaderno y resolverlas con tus compañeros.

Por ejemplo: El número pitagórico 4, se puede descomponer gráficamente como la suma de dos números triangulares consecutivos: 1+3.

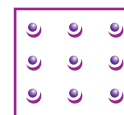


Recuerda que los números pitagóricos 1, 3, 6, 10, 15, etc., tienen un arreglo triangular en su representación gráfica y el valor de cada uno es la suma de los dos números anteriores, cuyos puntos están dispuestos diagonalmente de izquierda a derecha.

NOTA: Cuando no se escribe la base de un número, se asume que ésta es decimal (10).

1. Representa gráficamente la descomposición pitagórica de cada número dado.

a. Número 9 →



b. Número 16 →

c. Número 25 →

d. Número 81 →

2. Escribe las decenas de millón que tiene cada número:

- a. 345,061,410.
- b. 1,518,433,001.
- c. 946,642.

3. Dado el número 845,042 identifica la cifra de:

- a. Las decenas.
- b. Las centenas.
- c. Las unidades de mil.
- d. Las centenas de mil.

4. Escribe el número que tiene:

- a. 4 decenas de mil, 2 unidades, 0 centenas, 1 unidad de mil y 7 decenas.
- b. 7 Unidades de millón, 4 centenas y 3 unidades.
- c. 9 centenas de millón, 2 unidades de millón, 7 decenas y 1 unidad.
- d. 2 decenas de millón, 4 unidades de millón, 8 unidades de mil y 1 decena.

5. Escribe con palabras cada número:

- a. 7,416.
- b. 135,008.
- c. 24'402,683.
- d. 800'724,001.

6. Escribe el valor posicional de la cifra señalada:

- a. 53**6**,245
- b. **1**8,416
- c. 45,**6**58´360,288
- d. **5**6´230,341

7. Escribe el número que corresponde a cada expresión:

- a. $(4 \times 10^4) + (6 \times 10^2) + (1 \times 10^2) + (7 \times 10^1) + 2 =$
- b. $(5 \times 10^7) + (3 \times 10^6) + (0 \times 10^5) + (2 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (2 \times 10^2) + (9 \times 10^1) + 5 =$
- c. $(2 \times 10^2) + (9 \times 10^1) + 3 =$
- d. $(1 \times 10^6) + (5 \times 10^3) + (2 \times 10^2) =$

8. Problema para discutir con los compañeros. Si un número tiene:

- El dígito de las unidades de mil es 5.
- El dígito de las centenas es 2.
- El dígito de las decenas de mil es el doble del dígito de las centenas.
- Las unidades y las decenas de mil tienen el mismo valor y la suma de todos sus dígitos es 22.

El número es

--	--	--	--	--

Diversión matemática

A la cacería de un 53

Con cinco veces el número 5, tres veces el número 3 y los signos Matemáticos +, -, x, ÷ y () forma expresiones matemáticas que sean igual a 53.



Entendemos por...

Número decimal: cada uno de los dígitos que aparecen en el sistema base 10.

El sistema métrico decimal: es el conjunto de pesas y medidas, cuyos elementos son múltiplos o divisores de diez, del patrón de medida correspondiente (longitud, masa, tiempo...), con relaciones u operaciones.

Día a día

El computador

“Computador”, “Computadora” u “Ordenador”, es una máquina electrónica que recibe y procesa datos para convertirlos en información útil.

Ejecuta con exactitud y rapidez instrucciones que son ordenadas, organizadas y sistematizadas.

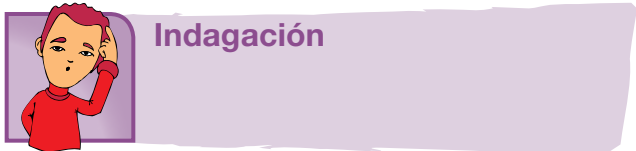
Este proceso se denomina “programación”, la persona que lo realiza se llama “programador” y la persona que utiliza el servicio o la computadora se llama usuario.

Es una máquina de propósito general, pues realiza tareas en el hogar, el trabajo o el colegio y entretiene. Usa el sistema binario relacionando sus elementos con la de los dispositivos electrónicos: 0 es apagado y 1 es prendido.

<http://thiagoonweb.com/?tag=computadorelectricidad>



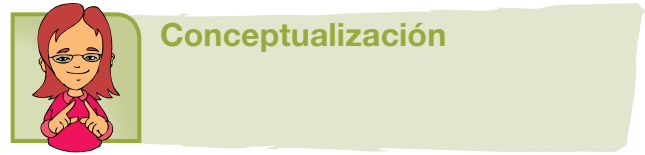
Tema 3. Ordeno y represento el conjunto de los números Naturales (\mathbb{N})



Imagina que tienes en mente realizar un proyecto. Para elaborar el presupuesto de un proyecto, se necesita como mínimo hacer uso de los números naturales, porque con ellos se expresa en términos financieros las metas soñadas.

Imagina el proyecto que quisieras llevar a cabo. Ahora, en tu cuaderno, elabora una lista de las cosas que necesitas, el costo aproximado de cada una de ellas y los otros posibles gastos que deberías realizar para formarte una idea de la cantidad de dinero que requieres.

Comparte tus planes con dos o tres compañeros y conoce los de ellos.



El proceso de comparar el número de elementos entre conjuntos es una relación, así por ejemplo, en la ilustración 1, se ve la relación de comparación del número de elementos entre el conjunto A y el conjunto B: Al conejo le corresponde la figura de triángulo, al pez le corresponde la figura de cuadrado, al pájaro le corresponde la de círculo y al perro le corresponde la figura de la estrella.

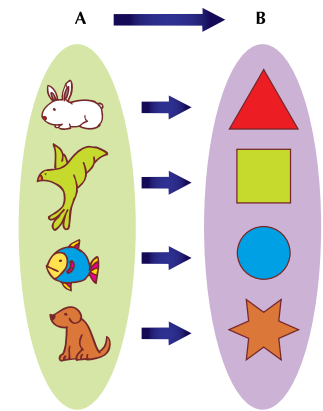


Ilustración 1

Observa que el número de elementos de A es el mismo número de elementos que tiene B.

En ilustración 2, se observa que al elemento ratón del conjunto A no le corresponde algún elemento del conjunto B. Esto significa que el conjunto A tiene más elementos que el conjunto B.

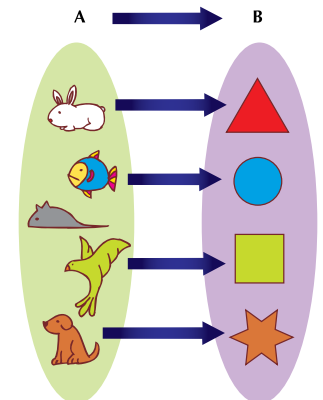
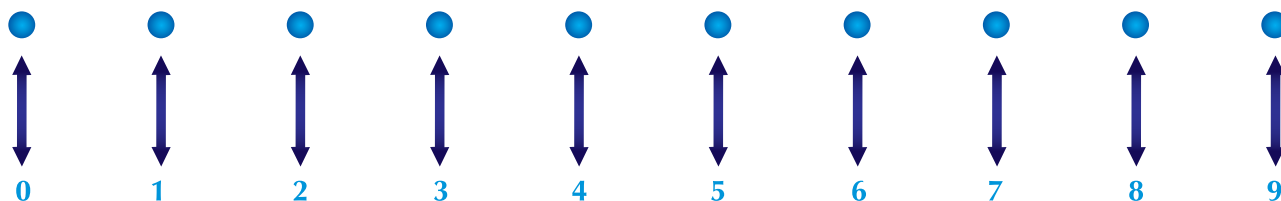


Ilustración 2

Observa que el número de elementos de A es diferente del número de elementos que tiene B.

Los números naturales son la base para contar los elementos de una colección, de una manera ordenada y los símbolos que los representan son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.



¿Cuántos puntos se podrían dibujar para representar el conjunto de los números naturales (N), de tal manera que a cada número natural le corresponda un único punto y a cada punto le corresponda un único número natural?

Con estos diez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9) se forman otros números naturales, por ejemplo: 10, 11, 12, 13,.... etc. Así es que la representación simbólica del conjunto de los números naturales es:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$$

Puede observarse que en el conjunto de los números naturales (N):

1. El 0 es el primer número.
2. Todos los números Naturales (N) tienen un sucesor: 6 es sucesor de 5, porque 6 es el número que está después de 5.
3. Todo número natural, excepto el cero, tiene un antecesor: 2 es antecesor de 3, porque 2 es el número que está antes de 3.
4. Dos números Naturales (N) diferentes no tienen el mismo sucesor.

Para contar se hace corresponder ordenadamente cada elemento de un conjunto con un número natural, hasta agotar la colección (elementos) como se ve en las ilustraciones 3 y 4 siguientes:

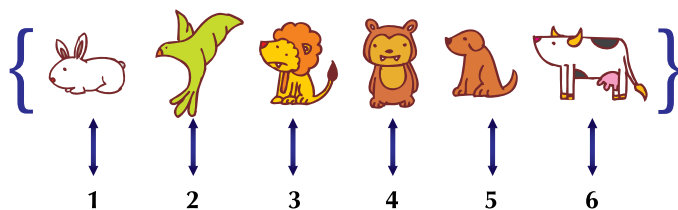


Ilustración 3

El número 4 asignado al elemento oso, es un número ordinal, es decir, el oso ocupa el 4º lugar.

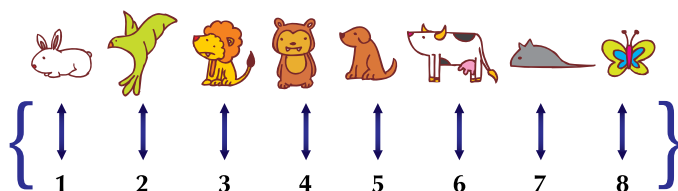


Ilustración 4

El número 8 asignado al último elemento, es un número ordinal y da cuenta del número de objetos del conjunto.

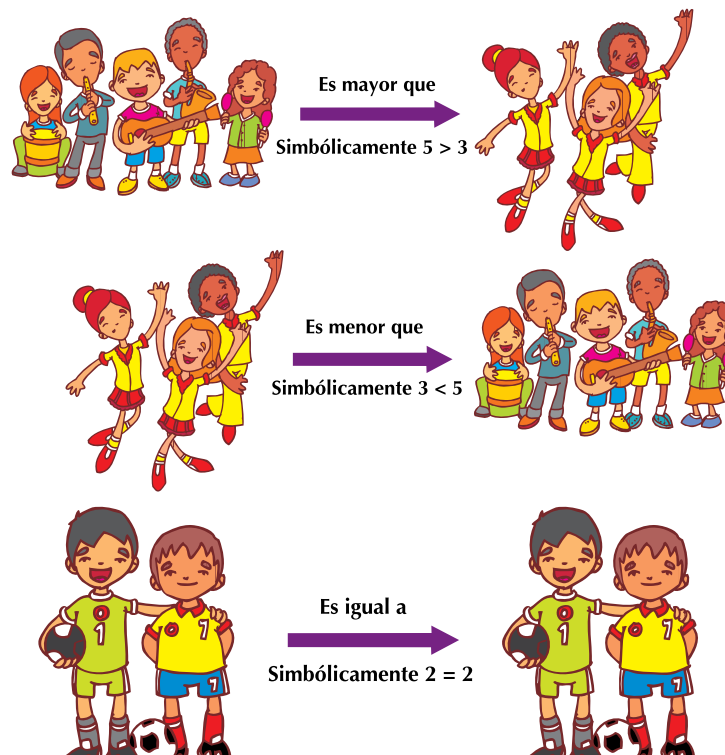
Relaciones de orden entre números naturales:

Dados dos números del conjunto de los números Naturales (\mathbb{N}), existe solamente una de tres posibilidades:

- Que el primero de ellos sea mayor que el segundo.
- Que el segundo sea menor que el primero o
- Que los dos sean iguales.

Por ejemplo ¿Qué relación de orden existe entre 5, 3 y 2?

Veamos:



El antecesor (el anterior de un número) es menor que el sucesor (el posterior o siguiente de un número).

Por ejemplo: $7 < 8$, porque 7 es antecesor de 8.

El sucesor es mayor que su antecesor.

Por ejemplo: $8 > 7$, porque 8 es sucesor de 7.

Transitividad

Es el orden que se establece entre tres elementos de un conjunto numérico.

Por ejemplo: Si 3 es menor que 4 y 4 es menor que 5, entonces, 3 es menor que 5.

Se escribe: Si $3 < 4$ y $4 < 5$, entonces $3 < 5$.

- El número de dígitos (cifras) de dos o más números dados determina que el mayor es el que tenga más dígitos (cifras).

Por ejemplo: Dados los números 5,348 y 31, ¿Cuál de los dos es mayor?

Veamos:

5,348 tiene cuatro dígitos y 31 tiene solamente dos dígitos, entonces, 5,348 es mayor que 31, es decir:

$5,348 > 31$, se lee 5,348 es mayor que 31.

- Si tienen igual número de dígitos, se comparan éstos por las unidades de mayor orden (... , decenas de mil, unidades de mil, centenas, decenas o unidades) y es mayor el que tenga en el último orden el dígito mayor).
Por ejemplo: Dados los números 10,567 y 10,528, ¿Cuál de los dos es mayor?

Veamos:

10,5**6**7 es mayor que 10,5**2**8 ya que comparando las decenas de cada número dado $6 > 2$ las decenas tienen el dígito 6 mayor que el 2. Luego: $10,5**6**7 > 10,5**2**8$.



Aplicación

Realiza las actividades siguientes, en tu cuaderno y de manera individual. Después compara con tus compañeros y justifica tus respuestas.

1. Clasifica los números de la siguiente lista en: Naturales (\mathbb{N}) y no naturales.

- a. 4 b. $\frac{1}{4}$ c. 12 d. 0.2 e. 100 f. $\frac{3}{5}$
g. 12.45 h. 160,001 i. 5 j. 0.3 k. 5,200 l. 2.5

2. Ordena de mayor a menor los siguientes números naturales:

3 7 2 5 0 10 15

3. Escribe el sucesor y el antecesor de cada uno de los siguientes números naturales:

- a. 89 b. 101 c. 499 d. 1,000 e. 32 f. 487

Lee comprensivamente la siguiente información y responde las preguntas 4 y 5.

El número natural que indica la posición de un elemento en un conjunto, se denomina ordinal.

Algunos ordinales son:

Número original	1°	2°	3°	10°	12°	20°	35°	48°	50°	100°
Nombre	Primero	segundo	tercero	Décimo	Duodécimo	Vigésimo	Trigésimo quinto	Cuadragésimo octavo	Quincuagésimo	Centésimo

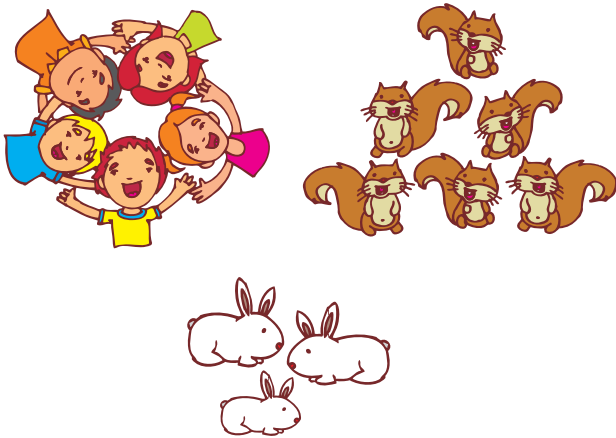
El número natural que indica el número de elementos de un conjunto se llama cardinal.

Número cardinal	1	2	7	10	18	60	80	290	993	2011
Nombre	Uno	Dos	Siete	Diez	Dieciocho	Sesenta	Ochenta	Doscientos noventa	Novcientos noventa y tres	Dosmil once

4. Escribe con palabras el nombre, según la posición que ocupen los siguientes números ordinales, así por ejemplo:

- a. 8° Octavo
- b. 11°
- c. 13°
- d. 25°
- e. 30°
- f. 59°

5. En una casa de campo hay unos niños y unos animales. Escribe el cardinal de cada uno de los siguientes conjuntos.



6. Seis personas tienen en cuenta de ahorros, en el banco de la ciudad. Sus saldos, en pesos, son los siguientes:

5,241	819	74,816
74,716	5,231	823

Ordénalos de menor a mayor.

Entendemos por...

Número Ordinal aquel número Natural que indica la posición de un elemento en un conjunto.

Número Cardinal aquel número Natural que indica el número de elementos que tiene un conjunto. **Antecesor** el número natural que está inmediatamente antes que otro número natural. **Sucesor** el número natural que le sigue inmediatamente después a otro número natural. sección es enriquecer el léxico del estudiante.

Diversión matemática

Huevos en la cesta

Una viejecita llevaba huevos al mercado, cuando se le cayó la cesta.



¿Cuántos huevos llevaba? – le preguntaron- .
Respondió: no lo sé, recuerdo que al contarlos en grupos de 2, 3, 4 y 5, sobran 1, 2, 3 y 4 respectivamente.
¿Cuántos huevos llevaba la viejecita en la cesta?

Día a día

El cultivo de plátano

En la economía mundial, el plátano es considerado cultivo importante del mundo, después del arroz, el trigo y el maíz.



En Latinoamérica y el Caribe se producen casi 10 millones de toneladas de plátano, de los 12 millones de toneladas que se consumen en el mundo. Es así como se considera que su cultivo es una fuente importante de empleo e ingresos para estas zonas del planeta. El valor nutricional del plátano es muy alto. Es considerado un producto muy digestivo pues favorece la secreción de jugos gástricos. Es una fuente importante de vitaminas B y C (se le equipara con el tomate y la naranja), y de sales minerales como el hierro, fósforo, potasio y calcio.

http://www.mipunto.com/temas/3er_trimestre02/elplatan.html

Tema 4. Reconozco los significados de las operaciones con los números naturales en situaciones concretas



Indagación

Los siguientes son ejemplos de sumas y multiplicaciones utilizados en el siglo XVI.

Descubre cómo funcionaba esta forma de sumar.

4	5	1	6
+	3	7	1
+	9	4	5
		1	2
		1	2
	1	7	
	4		
5	8	3	2

Observa y descubre la multiplicación rusa.

12	x	18	
			72
6		36	144
3		72	216
1		144	

Discute con tus compañeros lo que has descubierto, tanto en la suma como en la multiplicación. Lleguen a una conclusión en cada una y escríbanla en su cuaderno.



Conceptualización

A continuación encuentras algunas situaciones aditivas (de suma o resta) en donde se desconoce alguna cantidad que debe ser averiguada.

Situación 1

Trabajando están 3 mujeres y 5 hombres, ¿cuántas personas hay en total?



La estructura es $a + b = ?$ en donde a y b son cantidades conocidas, mientras que la suma $?$ se desconoce

Para este caso: $5 + 3 = ?$

Situación 2

En una granja hay 150 conejos, de los cuales 14 presentan síntomas de enfermedad ¿cuántos conejos hay sanos?

La estructura es $a + ? = b$, en donde se desconoce la cantidad de uno de los sumandos, $(?)$

Para este caso: $14 + ? = 150$.

La solución se obtiene a través de la resta:

$? = 150 - 14$.



Reconocemos la resta como la operación inversa a la suma.

Las situaciones 3 a 8 presentan características de cambio en las cantidades de las operaciones de suma y resta.

Situación 3

Desde el 5° piso de un edificio, baja un ascensor con 7 personas y en el 4° piso se suben 3 personas.

¿Cuántas personas hay ahora en el ascensor?

Matemáticamente diremos $7 + 3 = ?$.

Hay una acción (personas que suben al ascensor en el 4° piso) que cambia la cantidad de personas del inicio.



Situación 4

La tía le regala a Felipe \$15,000 (quince mil pesos).

Los guarda en su bolsillo y ahora tiene \$37,000.

¿Cuánto dinero tenía Felipe en su billetera, antes del regalo de su tía?

Cantidad que tenía + cantidad que le regala la tía = cantidad que tiene ahora.

$$? + 15,000 = 37,000$$

La solución se obtiene haciendo la resta: $? = 37,000 - 15,000$.

¿Qué generó el cambio?

Situación 5

Rosita tiene 8 dulces de chocolate y le regala 3 a su hermano.

¿Cuántos le quedaron?

Como se le disminuyen los dulces a Rosita, entonces, la operación que se hace es una resta.

Simbólicamente $8 - 3 = ?$

En esta situación, ¿qué genera el cambio en las cantidades?



Situación 6

Samuel invirtió \$2,000,000 (dos millones de pesos) en un negocio, al cabo de 2 meses hace cuentas y tiene \$1,500,000. ¿Cuánto dinero perdió?

Cantidad invertida – cantidad perdida = cantidad actual.

$$2,000,000 - ? = 1,500,000$$

O lo que es equivalente a decir: Cantidad de dinero invertido – cantidad que tiene ahora = cantidad perdida.

$$2,000,000 - 1,500,000 = ?$$





Las situaciones 8 y 9 que se presentan a continuación, hacen referencia a la estructura multiplicativa, que comprende división, multiplicación y combinaciones entre ellas.

Se relacionan cuatro cantidades: dos de un tipo de medidas y dos de otro tipo.

Situación 8

Juan tarda 5 minutos en caminar 10 cuadras.

Cuadras caminadas	Minutos empleados
10	5
30	x

¿Cuántos minutos tardará en caminar 30 cuadras?

La x es la cantidad que se busca y corresponde a los minutos empleados en caminar 30 cuadras.

En la relación horizontal entre las cuadras caminadas y los minutos empleados, si se aumenta el número de cuadras, aumentará el número de minutos. Si se disminuye el número de cuadras, disminuirá el número de minutos. Siempre dependiendo del operador.

$$\frac{x \text{ minutos}}{5 \text{ minutos}} = \frac{30 \text{ cuadras}}{10 \text{ cuadras}}$$

Se lee: x minutos es a 5 minutos como 30 cuadras es a 10 cuadras.

$$x \text{ minutos} = \frac{30 \text{ cuadras} \times 5 \text{ minutos}}{10 \text{ cuadras}}$$

$$x \text{ minutos} = \frac{\cancel{30} \text{ cuadras} \times 5 \text{ minutos}}{\cancel{10} \text{ cuadras}}$$

$$x \text{ minutos} = \frac{3 \times 5 \text{ minutos}}{1}$$

$$x \text{ minutos} = 15 \text{ minutos}$$

Luego, Juan gasta 15 minutos caminando 30 cuadras.

Situación 7

Marcos y Miguel están llenando el álbum de láminas del mundial de fútbol.

Marcos tiene 25 láminas y Miguel tiene 43.

¿Cuántas láminas debe conseguir Marcos para tener el mismo número de láminas que Miguel? Se le suma una cantidad desconocida a 25 para que sea igual a 43.

$$\begin{aligned} ? + 25 &= 43 \\ ? &= 43 - 25 \\ ? &= 18 \end{aligned}$$



Situación 9

La relación $\frac{30}{10}$ está marcada por el operador $5 \cdot$

minutos es a 30 cuadras como 5 es a 10, se

escribe: $\frac{x}{5} = \frac{30}{10}$

Despejando la x se tiene: $x = 5 \cdot \left(\frac{30}{10}\right)$ se lee: x es

igual a 5 multiplicado por 30 y dividido entre 10.

$$x = 5 \cdot (3)$$

$$x = 15$$

Entonces, Juan gasta 15 minutos en caminar 30 cuadras.

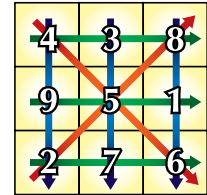


Aplicación

Los cuadrados mágicos son distribuciones de números en cuadrículas de tal manera que la suma horizontal, vertical y diagonal dé siempre el mismo resultado.

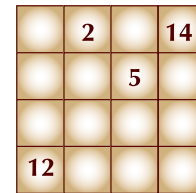
En el cuadrado mágico siguiente, puedes observar que están los números de 1 al 9 y la suma de sus filas, sus columnas y sus diagonales da 15, por lo que se dice que su “constante mágica” es 15.

Cada fila suma 15: $4 + 3 + 8 = 15$ $9 + 5 + 1 = 15$ $2 + 7 + 6 = 15$
 Cada columna suma 15: $4 + 9 + 2 = 15$ $3 + 5 + 7 = 15$ $8 + 1 + 6 = 15$
 Cada diagonal suma 15: $2 + 5 + 8 = 15$ $4 + 5 + 6 = 15$



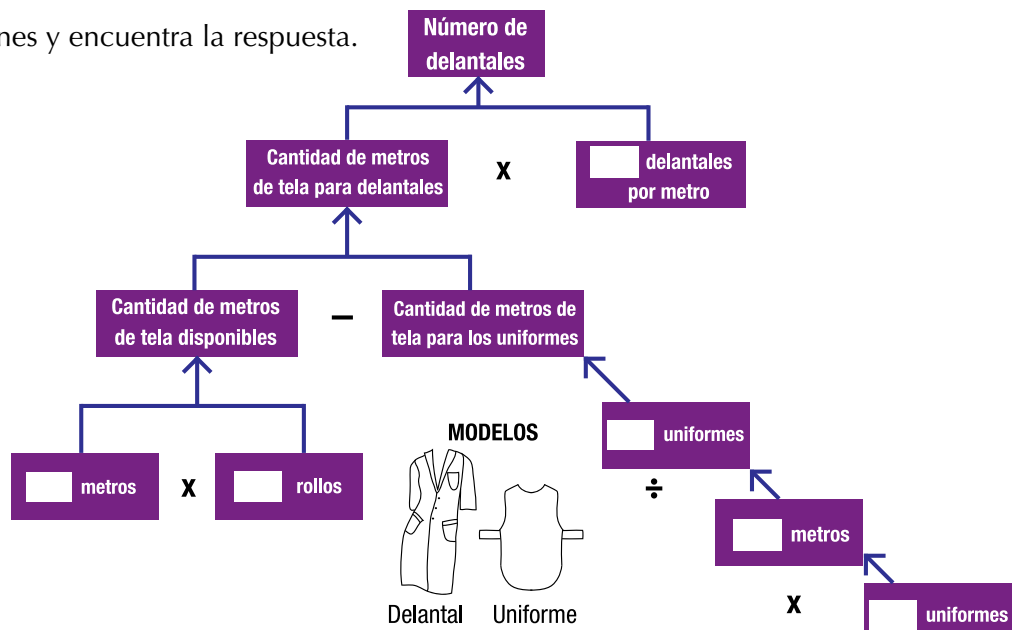
Copia en tu cuaderno las situaciones siguientes y resuélvelas en grupo con tus compañeros.

- Con los números de 1 al 16, completa el cuadrado mágico del lado derecho, con constante mágica 34, es decir, que siempre dé 34 en todas direcciones.

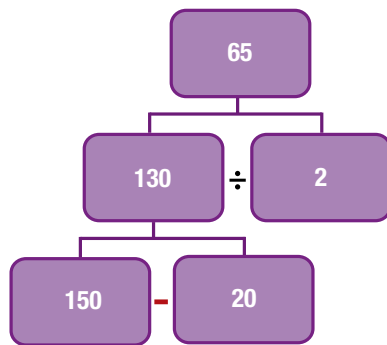
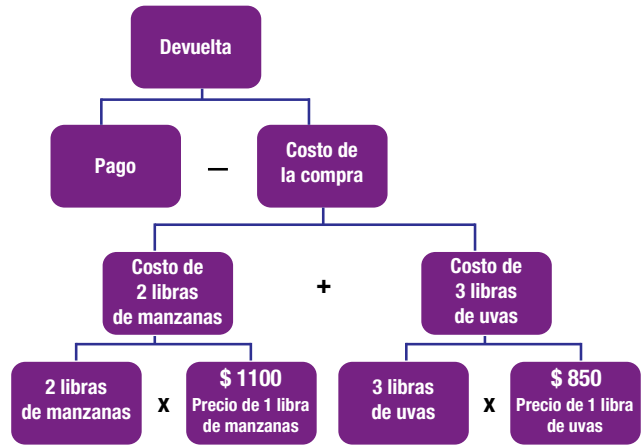


- Una diseñadora de uniformes tiene 3 rollos de tela de 20 metros de largo por 1.50 metros de ancho cada uno. Va a confeccionar 26 uniformes para un grupo de enfermeras. Por cada 3 metros de tela confecciona 2 uniformes. Con el resto de tela va a confeccionar delantales, empleando 1 metro de tela por cada 2 delantales. ¿Cuántos delantales pueden hacerse? La solución se consigue completando el cuadro, empezando de abajo hacia arriba.

Efectúa las operaciones y encuentra la respuesta.

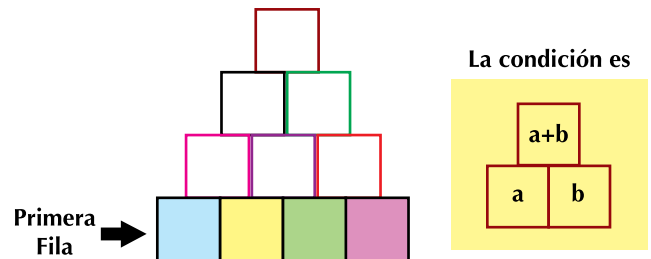


3. José y Carmen van de compras al mercado. José escoge 2 libras de manzana de \$1,100 cada libra y Carmen escoge 3 libras de uvas de \$850 cada libra. José paga las manzanas y las uvas con un billete de \$10,000. Analiza la situación y encuentra cuánto dinero le devolvieron a José.
El cuadro siguiente, muestra los pasos del análisis y solución de la situación, leyéndolo de abajo hacia arriba.

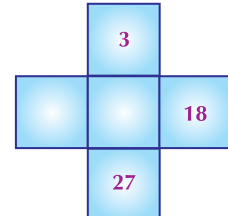
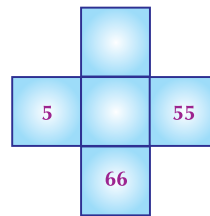
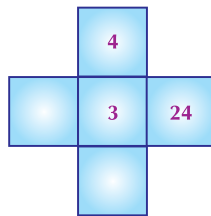
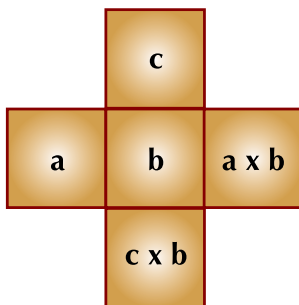


4. En 2 jaulas hay 150 pollos de engorde. En una hay 20 pollos más que en la otra. ¿Cuántos pollos hay en cada jaula? Luego en una jaula hay 65 pollos y en la otra jaula hay 85 pollos. Explícalo y discútelo con tus compañeros.

5. Si en la primera fila hay cuatro números naturales consecutivos (seguidos), completa la pirámide.



6. Analiza la instrucción de la cruz multiplicativa y completa las siguientes:



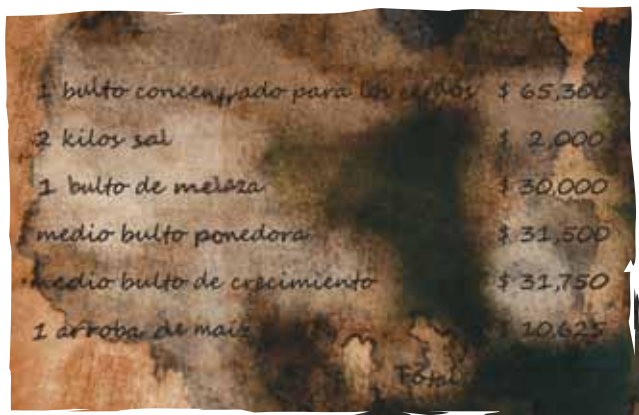
7. En las siguientes sumas, las letras iguales representan dígitos iguales y las letras diferentes representan dígitos diferentes. Halla los sumandos: X, Y y Z.

$$\begin{array}{r} X \\ + Y \\ \hline Y \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X \\ + Y \\ \hline Z \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} Z \\ + X \\ \hline Z \\ \hline 13 \end{array}$$

8. Manuel mide 132 cm, pero si tuviera 47 cm más tendría la estatura de su papá. ¿Cuál es la estatura del papá de Manuel?
9. En una suma el primer sumando es 180, el segundo sumando es el doble del primero más 10 y el tercer sumando es 40. ¿Cuál es el resultado de la suma?
10. Samuel llevó \$ 230,000 a la tienda agropecuaria a comprar alimentos para su granja, pero de regreso a casa la factura se cayó al lodo y algunos datos se perdieron.



Suma los precios que aparecen en la factura y contesta:

- a. ¿Cuál fue el costo de la compra?
- b. ¿Cuánto dinero le quedó?

Día a día

La ganadería colombiana

Es principalmente bovina (vacas y toros) y desarrollan las industrias de leche, carne y cuero. La ganadería es extensiva, es decir que para su levantamiento y manutención, se destinan grandes terrenos.



Los principales departamentos ganaderos son Antioquia, Magdalena, Bolívar, Boyacá, Cauca, Cesar, Córdoba, Cundinamarca, Huila, Meta, Arauca, Casanare y Tolima. Según la Encuesta Nacional Agropecuaria en el año 2004, el sacrificio de ganado vacuno (en 63 municipios que se investigan actualmente a nivel nacional), fue superior al registrado en el año 2003, al pasar de 1'933,620 cabezas a 2'114,504 cabezas. En tu cuaderno, realiza un escrito sobre lo que produce tu región.

Texto: <http://www.dane.gov.co/censo/>

Diversión matemática

Sencillo, Doble y Triple

Se han acomodado los números del 1 al 9 en un cuadrado 3x3 con las siguientes condiciones:

- El número de tres cifras de la segunda fila (384) es el doble que el de la primera (192).
- El de la tercera fila (576) es el triple que el de la primera (192).

¿Puedes encontrar otras disposiciones de números con tres cifras con esas mismas condiciones?

1	9	2
3	8	4
5	7	6

Tema 5. Comprendo las propiedades matemáticas de las operaciones: suma, resta, multiplicación y división entre números naturales



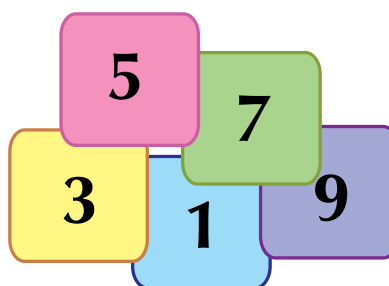
Indagación
El mayor producto posible con los números impares del 1 al 10.

Un estudiante de un curso de Matemáticas tiene cinco tarjetas y en cada una hay un número impar diferente, entre 1 y 10.

Con las 5 tarjetas, arma tres números, cuya multiplicación es la más grande de 4 intentos que realiza.

Como si tú fueras este estudiante, copia el cuadro siguiente en tu cuaderno, resuelve el ejercicio y compara tus resultados con los de 3 ó 4 compañeros y felicita al que haya obtenido el resultado mayor.

Primer intento	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
Segundo intento	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
Tercer intento	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>
Cuarto intento	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	x	<input type="text"/>	=	<input type="text"/>



Conceptualización

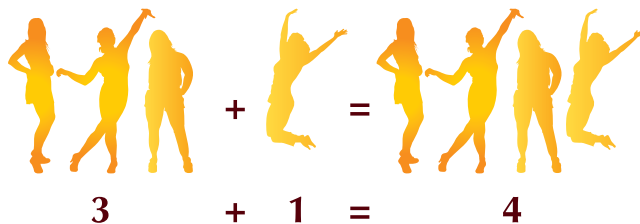
Las operaciones de suma y de multiplicación cumplen algunas propiedades.

Propiedad clausurativa en el sistema de los números naturales (N)

La suma de dos o más números naturales es otro número natural.

Ejemplo: 3 y 1 son dos números naturales,
 $3 + 1 = 4$, 4 también es un número natural.

3 es un número natural, 1 es un número natural
y 4 también es un número natural.



Luego, **la operación suma del sistema de los números naturales, es clausurativa.**

La propiedad clausurativa, no se cumple para la resta de números naturales.

Ejemplo

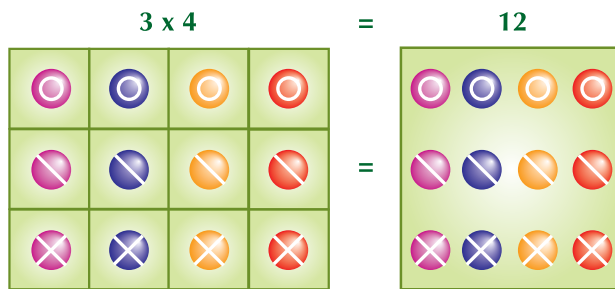
7- 10 no da como resultado un número natural, porque no es posible restar a un número natural menor otro número natural mayor.

La operación resta del sistema de números naturales, no es clausurativa.

El producto de dos números naturales es otro número natural.

Ejemplo

2 y 4 son dos números naturales, el producto $3 \times 4 = 12$ es número natural.



La operación multiplicación del sistema de números naturales, sí cumple con la propiedad clausurativa.

El cociente de la división de dos números naturales no siempre es un número natural.

Ejemplo:

$7 \div 2$ no es un número natural porque la división no es exacta.

Porque tiene residuo 1.

La división de un número Natural por cero no es posible.

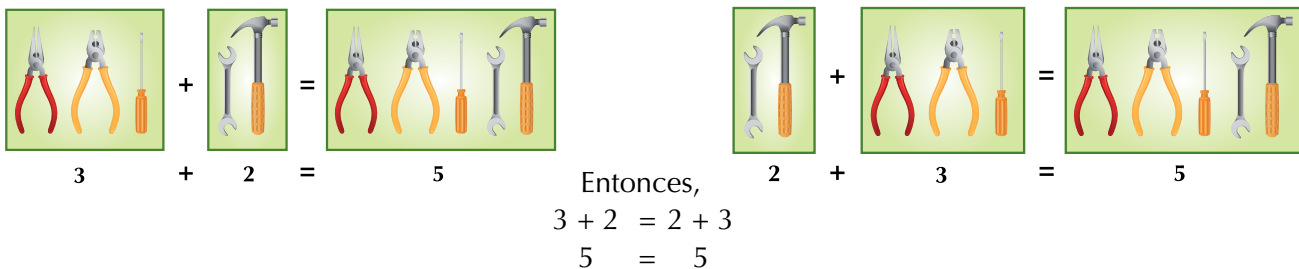
$$\begin{array}{r} 7 \\ 1 \overline{) 2} \\ \underline{3} \end{array}$$

La operación división del sistema de números naturales, no cumple con la propiedad clausurativa.

Propiedad conmutativa en el sistema de los números naturales (N)

El orden en que se escriban los sumandos no cambia el resultado de una suma.

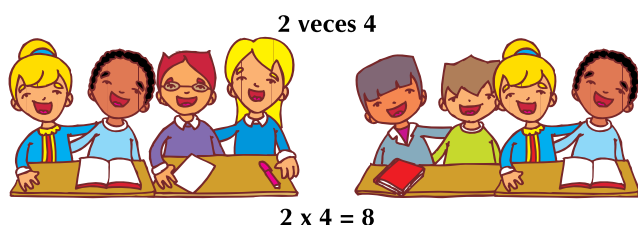
Ejemplo:



La suma y la multiplicación del sistema de números naturales, es conmutativa.

El orden en que se escriban los factores no altera el resultado de la multiplicación.

Ejemplo:



Entonces, $2 \times 4 = 4 \times 2$
 $8 = 8$

Las operaciones resta y división en el sistema de números naturales, no cumplen la propiedad conmutativa.

En tu cuaderno, escribe ejemplos para la resta y la división que muestren que la propiedad conmutativa no se cumple.

Propiedad asociativa en el sistema de los números naturales (N)

Las operaciones suma y multiplicación del sistema de los números Naturales cumplen con la propiedad asociativa.

Dos o más números se pueden adicionar formando grupos diferentes y la suma no cambia.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \$20,000 &+ (\$50,000 + \$10,000) = \\ \$20,000 &+ \$60,000 = \\ & \$80,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\$20,000 + \$10,000) &+ \$50,000 = \\ \$30,000 &+ \$50,000 = \\ & \$80,000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\$20,000 + \$50,000) &+ \$10,000 = \\ \$70,000 &+ \$10,000 = \\ & \$80,000 \end{aligned}$$

La operación suma en el sistema de números naturales, es asociativa.

El producto de dos o más números Naturales agrupados de diferente forma no cambia el resultado.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (5 \times 6) \times 2 &= 5 \times (6 \times 2) \\ 30 \times 2 &= 5 \times 12 \\ 60 &= 60 \end{aligned}$$

La operación multiplicación en el sistema de los números naturales, es asociativa.

En tu cuaderno, estudia este cuadro, muestra con ejemplos que las operaciones resta y división del sistema de números Naturales no cumplen con la propiedad asociativa.

El módulo de la suma en el sistema de números naturales es cero.

La suma de un número Natural con cero, da como resultado el mismo número natural.

Propiedad modulativa en el sistema de los números Naturales (N)

$$\begin{aligned} 18 + 0 &= 18 \\ 35 + 0 &= 35 \\ 1 + 0 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11 \times 1 &= 11 \\ 24 \times 1 &= 24 \\ 1 \times 1 &= 1 \end{aligned}$$

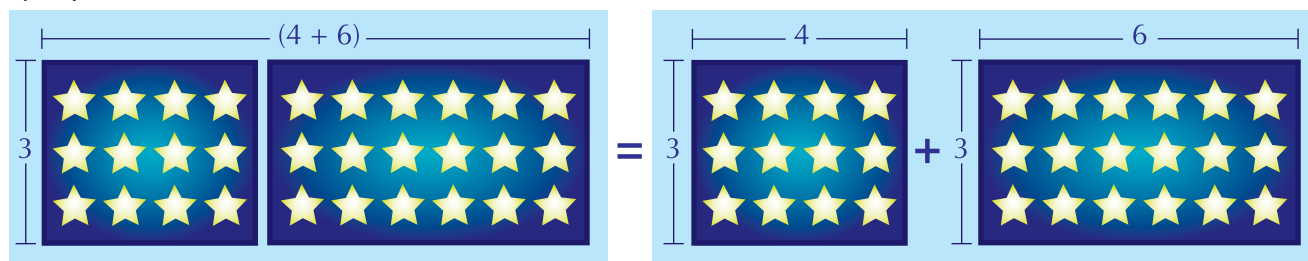
El número 1 es el neutro para la operación multiplicación en el sistema de números naturales.

Todo número Natural sumado con cero da como resultado el mismo número natural.

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma en el sistema de los números naturales (N)

La propiedad distributiva relaciona la operación multiplicación y la operación suma en el sistema de los números naturales.

Ejemplo



$$\begin{aligned} 3 \times (4 + 6) &= 3 \times 4 + 3 \times 6 \\ 3 \times 10 &= 12 + 18 \\ 30 &= 30 \end{aligned}$$

La propiedad distributiva también relaciona la operación multiplicación con la operación resta en el sistema de los números naturales.

Escribe en tu cuaderno un ejemplo de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la resta.

La tabla siguiente resume en una forma general las propiedades para la suma y multiplicación en el sistema de los números naturales.

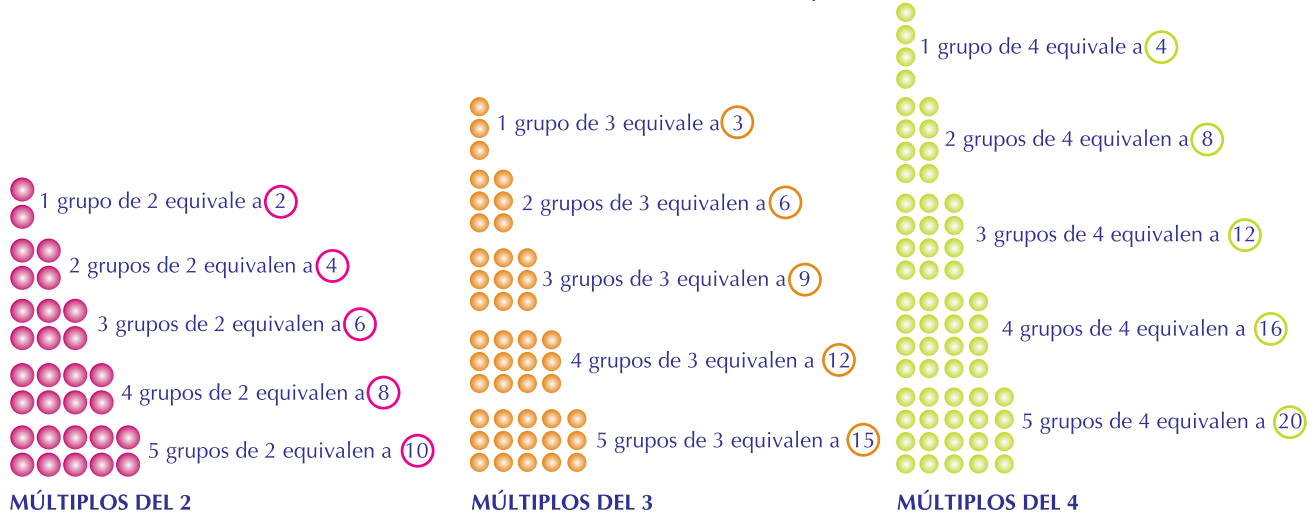
Propiedades del sistema de los números naturales		
Dados los números naturales a, b y c, se cumple:		
Propiedad	Suma	Multiplicación
Clausurativa		
Asociativa		
Modulativa		
Invertiva		
Conmutativa		

Múltiplo de un número natural

- Los múltiplos del número Natural 2 son: 2, 4, 6, 8, 10, ... y se forman agrupando el número 2, una vez, dos veces, tres veces, ...
- Los múltiplos del número Natural 3 son: 3, 6, 9, 12, 15, ..., y se forman agrupando el número 3, una vez, dos veces, tres veces, ...

- Los múltiplos del número Natural 4 son: 4, 8, 12, 16, 20, ... y se forman agrupando el número 4, una vez, dos veces, tres veces, ...

La gráfica siguiente muestra los grupos que se han formado para los múltiplos de los números Naturales 2, 3 y 4.



El múltiplo de un número natural dado, es el número que se obtiene de multiplicar el número dado por cualquier otro número natural.

Calculemos los seis primeros múltiplos de los números Naturales: 5, 6 y 7.

En la multiplicación $5 \times 4 = 20$, el 5 y el 4 son los factores y 20 es un múltiplo de 5.

En la multiplicación $6 \times 3 = 18$, el 6 y el 3 son los factores y 18 es un múltiplo de 6.

Múltiplos		
Del 5	Del 6	Del 7
$5 \times 1 = 5$	$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$
$5 \times 2 = 10$	$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$
$5 \times 3 = 15$	$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$
$5 \times 4 = 20$	$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$
$5 \times 5 = 25$	$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$
$5 \times 6 = 30$	$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$

Divisor de un número natural

El divisor (o submúltiplo) de un número natural es aquel que divide exactamente a ese número.

Los divisores de un número se utilizan cuando es necesario hacer una distribución en partes iguales de una colocación de objetos o personas.

Por ejemplo:

Al organizar, una formación con 12 niños y niñas de un salón en grupos de 3, se obtuvo 4 y no quedaron niños por fuera de la formación, 12 son la totalidad de niños y niñas que se organizan (dividendo); 3 son los grupos que se distribuyen en partes iguales (divisor); 4 son los niños y niñas que conforman cada grupo de 3 (cociente); 0 son los niños o niñas que quedan por fuera de la formación (residuo).

El 3 es divisor de 12, porque $12 \div 3 = 4$ y el residuo es 0.

Para calcular todos los divisores o submúltiplos de 12 se lo divide entre él mismo y entre todos los números naturales menores que él, observando en qué casos el residuo es 0.



Observa el cuadro siguiente en donde puedes ver las divisiones de 12 entre números menores que él, e iguales a él.

	12 ÷ entre												
Números menores o iguales que 12 naturales	→	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Cociente	→	12	6	4	3	2	2	1	1	1	1	1	1
Residuo	→	0	0	0	0	2	0	5	4	3	2	1	0
Los divisores o submúltiplos de 12	→	1	2	3	4		6						12

Criterios de divisibilidad.

En ocasiones, es necesario determinar rápidamente si un número se puede dividir exactamente entre otro sin realizar la división.

Esto se puede lograr si se conocen las propiedades o criterios de divisibilidad que se presentan a continuación.

Divisibilidad entre 2

Un número es divisible entre 2 si la cifra de las unidades es par o termina en cero, esto es: 2, 4, 6, 8, ...
Ejemplos: Son divisibles entre 2 los números: **4520, 628, 724.**

Divisibilidad entre 3

Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
Ejemplo: 423 sí es divisible entre 3, porque $4 + 2 + 3 = 9$ y 9 es múltiplo de 3.

Divisibilidad entre 5

Un número es divisible entre 5 si la cifra de las unidades es cero o cinco.
Ejemplos: Son divisibles entre 5 los números: 425, 700, 675, 120.

Divisibilidad entre 7

Para saber si un número es divisible entre 7, duplicamos las unidades y restamos dicho resultado del número formado por las cifras restantes. Este paso

se repite hasta que la diferencia esté formada por una o dos cifras; si éstas últimas son 0 o múltiplos de 7, el número propuesto es divisible entre 7.

Ejemplos:

a. Verificar si 84 es divisible entre 7.

Solución:

Recordemos que 84 tiene 8 decenas y 4 unidades. Se duplican las unidades o sea: $4 \times 2 = 8$; se resta el resultado a las cifras anteriores a las unidades:

$$8 - 8 = 0. \text{ Como el resultado es } 0, \text{ entonces, } 84 \text{ es divisible entre } 7.$$

b. Verificar si 156 es divisible entre 7.

Solución:

Recordemos que 156 tiene 1 centena, 5 decenas y 6 unidades.

Se duplican las unidades o sea: $6 \times 2 = 12$; se resta el resultado a las cifras anteriores a las unidades:

$$15 - 12 = 3. \text{ Como el resultado es } 3, \text{ entonces, } 156 \text{ no es divisible entre } 7.$$

Cuando el doble es mayor que los demás dígitos, de todos modos se calcula la diferencia y si el resultado es múltiplo de 7, el número será divisible entre 7.

Números primos y números compuestos

Los números Naturales son primos o compuestos y los criterios de divisibilidad son las herramientas para determinar si un número Natural es primo o compuesto.

Los números primos tienen únicamente dos divisores: el uno, que es divisor de todo número y el mismo número.

Los números compuestos tienen más de dos divisores.

La tabla siguiente muestra los divisores de los números 2 a 10 y los clasifica como primos o compuestos, es decir no primos.

Número natural	Divisores	Primo	Compuesto (no primo)
2	2	✓	
3	3	✓	
4	2 y 4		x
5	5	✓	
6	2,3 y 6		x
7	7	✓	
8	2,4 y 8		x
9	2,3 y 9		x
10	2,5 y 10		x

Los números primos menores que 100 son:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

El único número par que es primo es el 2.

Un buen ejercicio para obtener los números primos entre 1 y 100, es escribirlos todos y luego ir contando desde 1, primero de 2 en dos, se encierra el primero (2) y se tachan los demás (4, 6, 8, ...), después de 3 en 3, se encierra el primero (3) y se tachan los demás (6, 9, 12, ...) y así sucesivamente de 5 en 5, de 7 en 7 y de 11 en 11. Se encierran los números que han quedado sin tachar y los que quedaron encerrados son los primos que hay entre 1 y 100. Comprueba este ejercicio, en tu cuaderno.

Los números compuestos (no primos) menores que 50 son:

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 44, 45, 46, 48 y 49.

Se llaman compuestos porque están expresados como el producto de dos o más números primos.

Ejemplos:

a. $9 = 3 \times 3$

b. $12 = 2 \times 2 \times 3$

c. $42 = 2 \times 3 \times 7$

Descomposición de un número en sus factores primos.

Una manera para descomponer un número en sus factores primos es realizar divisiones sucesivas, cuyo divisor es un número primo.

Se divide sucesivamente entre números primos divisores del número dado.

Ejemplos:

a. Descomponer a 64 en sus factores primos.

Solución:

Como 64 es par, entonces, es divisible por 2. Así: $64 \div 2 = 32$ y como sigue resultando número par, se seguirá dividiendo entre 2.

$$32 \div 2 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$4 \div 2 = 2$$

$$2 \div 2 = 1$$

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

Como 2 se repite 6 veces, entonces escribimos:

$$64 = 2^6$$

Simplificadamente se escribe así:

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

b. Descomponer a 174 en sus factores primos.

Solución:

Como 174 termina en cifra par, es divisible por 2, entonces $174 \div 2 = 87$.

87 es divisible por 3, porque la suma de sus cifras $8 + 7 = 15$ y 15 es divisible por 3, entonces, $87 \div 3 = 29$

Como 29 es primo, entonces: $29 \div 29 = 1$

Simplificadamente:

$$\begin{array}{r|l} 174 & 2 \\ 87 & 3 \\ 29 & 29 \\ 1 & \end{array}$$

Por lo tanto: $2 \times 3 \times 29 = 174$



Aplicación

Copia y resuelve en tu cuaderno, los casos siguientes y después compara tus respuestas con varios compañeros.

Completa las tablas:

1.

Número	Múltiplos			
4				
7				
9				
17				
25				

2.

Número	Divisores
420	
225	
140	
353	
76	

- En una bolsa hay menos de 30 semillas. Podemos hacer grupos de 4 semillas sin que sobre ninguna. Si hacemos grupos de 5 semillas tampoco sobra ninguna. ¿Cuántas semillas hay en la bolsa?
- Tengo en la huerta hierbas aromáticas y plantas ornamentales. Las hierbas aromáticas las riego cada 2 días y la ornamentales cada 5. Si hoy he regado las dos, ¿cuántos días pasarán hasta que tenga que volver a regar las dos a la vez? (sugerencia: 2 y 5 son divisores de este número).
- Miguel quiere cerrar unos bultos de naranjas y para ello tiene dos madejas de piola (cabuya, cáñamo, etc.), una de 10 metros y otra de 15 metros. Parte las dos en trozos iguales de manera que no le sobre nada. ¿Cuál es la longitud máxima de cada trozo que le queda a Miguel? (sugerencia: Es divisor común a las dos medidas).

6. Se desea hacer una formación de 24 hombres y 32 mujeres, de forma que haya el mismo número de hombres y mujeres en cada fila. ¿Cuál debe ser el número máximo de personas que conformen cada fila?, ¿cuántas filas se utilizarán?

Completa las tablas escribiendo los factores primos a cada uno de los números dados y después escribe los factores que se repiten y que se llaman factores comunes.

7.

Números	Factores primos
30	
90	
120	

Factores primos comunes a 20, 30 y 90 (que se repiten)

8.

Números	Factores primos
26	
35	
140	

Factores primos comunes a 26, 35 y 140 (que se repiten)

9. Daniel, el hijo de Alfredo, ha estado recolectando café y le pagaron a \$450 cada kilo recogido. Daniel alcanzó a recoger 300 kilos. ¿Cuánto dinero recibió Daniel?



Entendemos por...

Divisibilidad aquella propiedad que tienen los números de dejarse dividir por otro número de tal modo que su división es exacta (residuo cero).

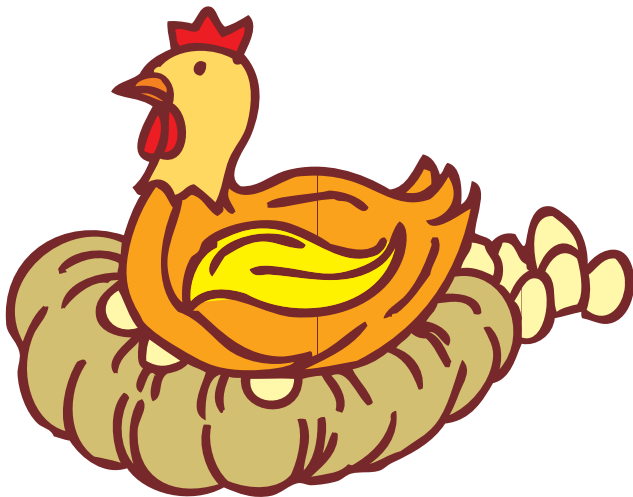
Diversión matemática

Dominó mágico

Con 18 fichas de dominó es posible construir cuadrados mágicos de 6 x 6 en los que la suma de los tantos de cualquiera de sus filas es siempre la misma. La menor suma que se puede conseguir es 13, mientras que la suma mayor es 23.

Fuente: Matemáticas Recreativas, de Yakov Perelman.

•••	••	•	•••	•	••
•••	••	••	•••	••	••
••	••	••••	••	••	•••
••	••	••	••	•••	••
••	•••	•	••	••••	••
••	••	••••	••••	••	••
••	••	••	••	••	••
••	••	••	••	••	••



Día a día

¡ A criar gallinas!

La población mundial crece. En 20 años, en la Tierra seremos unos 8 billones de habitantes. En todo el mundo se consumen huevos de gallinas.

El huevo es un alimento rico y completo. Hoy, el consumo mundial de huevo es de 68,000 millones de kilos y para 2,030 puede subir a 88,000 millones de kilos.

Actualmente, cada persona debe consumir 1 o 2 huevos al día.

Una gallina madura produce de 300 a 320 huevos al año. Estas cifras son muy prometedoras para los avicultores modernos, pues la producción de gallinas es un negocio que puede dar muy buenos rendimientos.

<http://www.engormix.com/MA-avicultura/nutricion/articulos/huevos-y-colesterol-t3266/141-p0.htm>

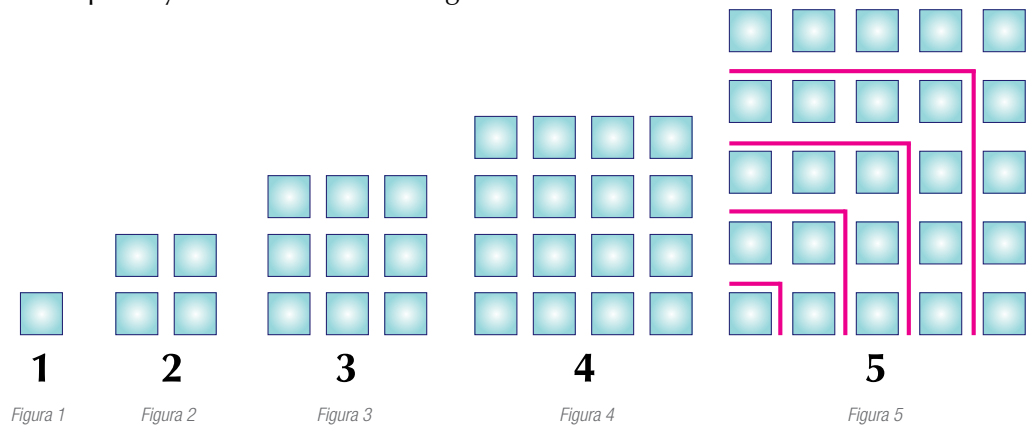
Tema 6. Propiedades matemáticas de las operaciones: potenciación y radicación entre números naturales



Indagación

Dibuja en tu cuaderno la siguiente secuencia y escribe el número de cuadrillos que compone a cada figura.

¿Qué relación hay entre el número de cuadrillos que compone a cada figura y el número de cuadrillos que hay en la base de cada figura?



Observa el número de cuadrillos que hay en cada ángulo (en rojo) de la figura 5 y la secuencia de números que resulta. Súmalos y compara los resultados con tus compañeros.

Para saber cuántas cerillas hay en total, se multiplica:
 20 paquetes X 20 cajas pequeñas X 20 cerillas = 8,000.

Que expresada como potencia es:
 $20^3 = 8,000$ porque 3 grupos de 20 equivalen a $20 \times 20 \times 20 = 8,000$.

En la expresión $20^3 = 8,000$ distinguimos: la base 20, el exponente 3 y la potencia 8,000.



Conceptualización

La potenciación es la operación que permite calcular el producto de factores iguales en forma abreviada, por ejemplo, en la situación de un vendedor que compra una caja grande que contiene 20 paquetes, cada uno de los cuales contiene 20 cajas pequeñas que a su vez contienen 20 cerillas cada una para revender en su tienda.

$$\begin{array}{c}
 \text{Exponente} \\
 \downarrow \\
 \boxed{3} \\
 \downarrow \\
 \mathbf{20} = \mathbf{8,000} \quad \text{Potencia} \\
 \downarrow \\
 \text{Base}
 \end{array}$$

En total hay 8,000 cerillas.

Propiedades de la potenciación del sistema de los números naturales

- Potencia de un producto.

Ejemplo:

$$(3 \times 2)^2 = (3 \times 2) \times (3 \times 2) = 6 \times 6 = 36$$

$$3^2 \times 2^2 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 9 \times 4 = 36$$

Luego $(3 \times 2)^2 = 3^2 \times 2^2$ o también $3^2 \times 2^2 = (3 \times 2)^2$

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias que se obtienen al elevar cada factor al exponente dado.

- Producto de potencias de igual base.

Ejemplo:

$$3^2 \times 3^1 =$$

$$3^2 \times 3^1 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$(3)^{2+1} = 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27,$$

Entonces: $3^2 \times 3^1 = (3)^{2+1}$ o también $(3)^{2+1} = 3^2 \times 3^1$

El producto de potencias de igual base se calcula dejando la misma base y sumando los exponentes.

- División de potencias con igual base.

Ejemplo:

$$\frac{4^5}{4^3} =$$

$$\frac{4^5}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times \cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}} = 4 \times 4 = 16$$

Para dividir dos potencias con la misma base se escribe la misma base y se restan los exponentes.

- Potencia de una potencia.

Ejemplo:

$$(2^2)^3 = (2^2)^3 = (2 \times 2)^3 = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$(2)^{2 \times 3} = 2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

Luego, $(2^2)^3 = (2)^{2 \times 3}$ o $(2)^{2 \times 3} = (2^2)^3$

Para hallar la potencia de una potencia, se escribe la misma base y se multiplican los exponentes.

- Todo número natural elevado al exponente 1 es igual al mismo número natural.

Ejemplo: $4^1 = 4$

- Todo número Natural elevado al exponente 0 es igual a 1.

Ejemplo:

$$5^0 = 1$$

$$5^0 = (5)^{3-3} \text{ el cero es equivalente a } 3-3 \text{ o } 2-2$$

$$5^0 = \frac{5^3}{5^3} \text{ División de potencias de la misma base.}$$

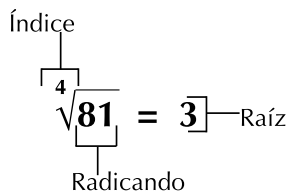
$$5^0 = 1 \text{ el cociente de un número por él mismo es igual a 1.}$$

La radicación es una operación inversa a la potenciación, se aplica cuando conociendo el exponente y la potencia, se desea conocer la base.

Por ejemplo:

$$\sqrt[4]{81} = 3 \text{ porque } 3^4 = 81, \text{ es decir, } 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

El gráfico siguiente muestra los términos de la radicación:



Si la raíz tiene índice 2 se lee: "raíz cuadrada". Por lo general el índice 2 de la raíz cuadrada no se escribe.

$$\sqrt{16} = 4 \text{ (la raíz cuadrada de 16 es igual a 4).}$$

Sí la raíz tiene índice 3 se lee: "raíz cubica".

Si la raíz tiene índice 4 se lee: "raíz cuarta", etc.

Propiedades de la radicación en el sistema de los números Naturales

- La raíz de un producto.

Ejemplo:

$$\sqrt{25 \times 64} = \sqrt{25} \times \sqrt{64} = 5 \times 8 = 40$$

La raíz del producto de dos o más números naturales es igual al producto de las raíces de los números.

- La raíz de un cociente.

Ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2} = 2 \quad (8 \neq 0)$

La raíz de un cociente de números naturales con denominador diferente de cero es igual al cociente de las raíces.

- Si a una potencia se le extrae la raíz con índice igual al exponente de la potencia, el resultado es el mismo número.

Ejemplo: $\sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} = 5$, luego $\sqrt[3]{5^3} = 5$



Aplicación

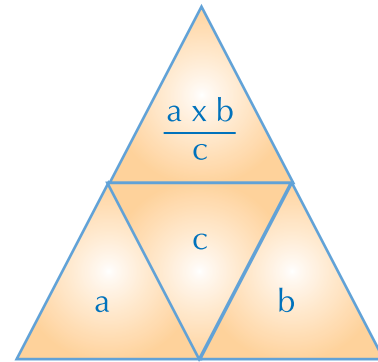
Copia en tu cuaderno las siguientes actividades, resuelve y compara tus resultados con tus compañeros.

1. Asocia con una línea cada potencia con su resultado correspondiente:

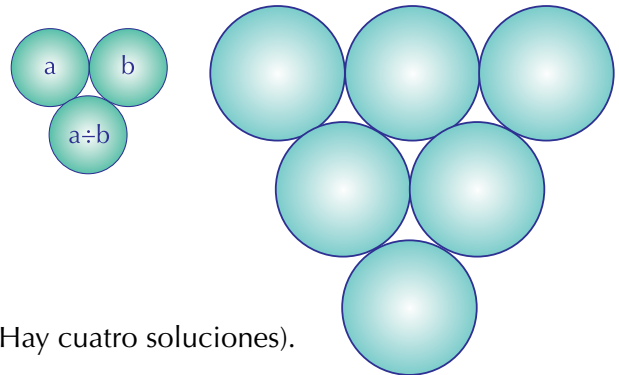
Potencia	Resultado
7^4	8
6^2	49
4^4	2,401
1^5	64
7^2	4
2^2	1
4^3	36
2^3	256

2. Ubica las potencias 2 , 2^2 , 2^3 y 2^4 en el lugar de a , b , c y $\frac{a \times b}{c}$ de forma que el producto de

potencias en el lugar de a y b , dividido por la potencia del lugar c , sea el resultado del triángulo superior.

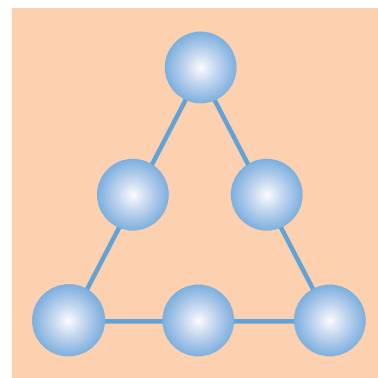


3. Ubica los números 2,4,8,16,32 y 64, en el diagrama de círculos según la regla:



(Hay cuatro soluciones).

4. Ubica los números 2, 1, 2, 4, 8 y 16 de forma que el resultado de multiplicar y dividir los tres números en cada lado del triángulo sea 64. También se puede realizar, para que los resultados sean 8,16 o 32.



5. Completa la tabla siguiente:

	Base	Indice	Potencia
5^4			
3^2			
2^1			
4^3			
6^0			

Resuelve:

6. $4^3 \times 4^2$
7. $3^3 \times 3^4$
8. $(2^8)^1$
9. $1^5 \times 1^7$
10. $5^5 \times 5^5$

Entendemos por...

Divisor el número que divide a otro exactamente.

Por ejemplo 5 divide exactamente a 100, luego 5 es un factor o divisor propio de 100.

Diversión matemática

Organiza siete fósforos para que parezcan mil y cinco fósforos para que parezcan diez.

Harry ha dado a su hermana siete fósforos, desafiándola a que los disponga de manera que parezcan mil. Ella, a su vez, le ha dado a Harry cinco fósforos, retándolo a que los disponga de tal manera que parezcan diez.

Ayúdalos a resolver la situación.



Día a día

La ciencia que estudia el Universo

La Astronomía es la ciencia que estudia el Universo o cosmos compuesto de astros, en grandes conjuntos de manchas luminosas llamadas galaxias, las que tienen millones de estrellas.

Las dimensiones de las galaxias son tan grandes, que son cifras prácticamente imposibles de imaginar y se miden en una unidad llamada año luz, que equivale más o menos a 9,5 billones de kilómetros. Las dimensiones de muchas galaxias son de alrededor de centenares de miles de años luz. Generalmente se expresan estas enormes cifras en potencias de 10 y se llama notación científica.

Texto: http://www.proyectosalohogar.com/Enciclopedia/Universo_y_Sistema/indice.htm



Este capítulo fue clave porque

- Aprendí acerca de los orígenes de los números, las diversas culturas de la humanidad y cómo el hombre ha investigado, inventado e interpretado símbolos y codificaciones útiles para el progreso.
- Me dí cuenta de la gran importancia que tienen los números en la vida cotidiana, en el desempeño de los trabajos y en la vida escolar.
- He podido reflexionar sobre la importancia de los números naturales en todo nuestro entorno, saber que existen situaciones como: obtener las cuentas al realizar una compra, cuánto tengo, cuánto gasto y cuánto me queda, son conocimientos muy importantes en el diario vivir.
- Poder contar las cosas, saber que hay millones de estrellas, que no somos el único planeta del universo sino que hay millones más, es algo maravilloso en la relación de los números con la astronomía. Igual ocurre con otras ciencias como la Biología en donde los números son necesarios.
- He conocido a través de la historia diferentes sistemas de numeración con sus símbolos, representaciones, operaciones, características, propiedades y relaciones.

Conectémonos con la Geografía Universal



República Popular China

China es el país más poblado de la Tierra, tiene aproximadamente 1,300,000,000 (mil trescientos millones) de habitantes y es uno de los más extensos de La tierra, con casi 10 millones de km², es el 4° país más extenso del mundo.

China cuenta con 22,800 kilómetros de frontera terrestre, compartida con los países de: Corea, Mongolia, Rusia, Kazajistán, Kirguizistán, Tayikistán, Afganistán, Pakistán, India, Nepal, Bután, Myanmar, Laos y Vietnam.

Para pensar: Si China es el 4° país más extenso del mundo, uno puede preguntarse, ¿cuáles serán los tres primeros de mayor extensión o superficie? Consúltalo.




Número Racional positivo

Los números Racionales son una gran ayuda para muchas actividades de las personas, como por ejemplo, en las recetas de cocina, la venta en una plaza de mercado.

Los números Racionales son conocidos como fraccionarios, permiten comprender muchas situaciones ya sean del diario vivir, del mundo que le rodea o de las aplicaciones a las diferentes disciplinas, por ejemplo, en ciencias sociales, cuando se realizan censos se distribuyen categorías como: hombres mujeres, niños.

Se han encontrado pruebas de culturas como los que babilónicos, griegos y romanos quienes utilizaron las fracciones unitarias ($\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \dots$).

Los egipcios solo concebían algunas fracciones, que hoy escribimos como $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, etc.,

representándolas con el símbolo  que significa "parte", por ejemplo,

$$\begin{array}{c} \text{cloud} \\ || \\ \text{cloud} \\ || \\ \text{cloud} \end{array} = \frac{1}{2}$$

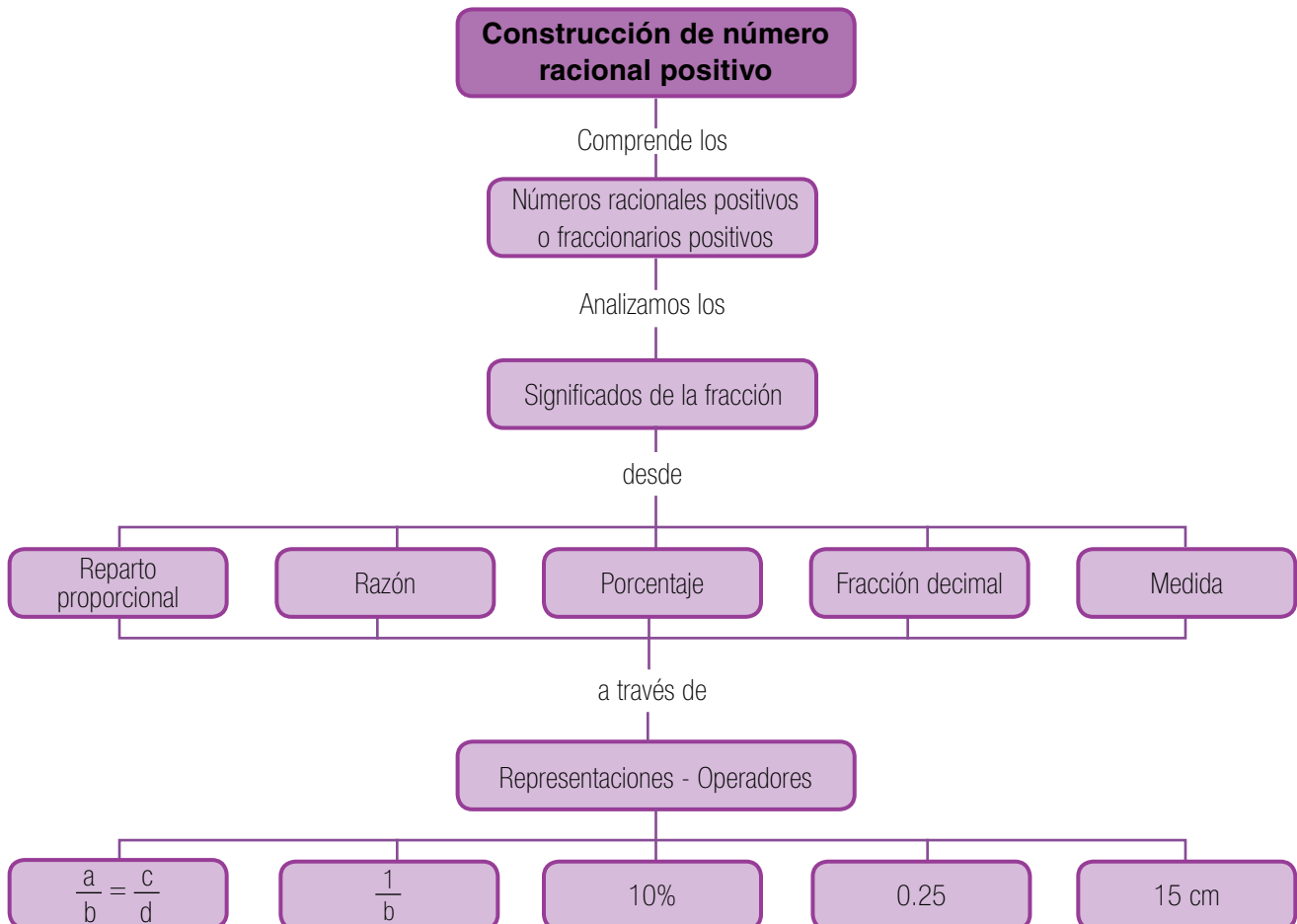
$$\begin{array}{c} \text{cloud} \\ || \\ \text{cloud} \\ || \\ \text{cloud} \\ || \\ \text{cloud} \end{array} = \frac{1}{20}$$

Varios siglos después, el famoso matemático Leonardo de Pisa, en el siglo XIII inventó la raya horizontal para separar el numerador del denominador de una fracción, tal como la usamos hoy.

Comúnmente utilizamos los números Racionales en situaciones ligadas a las nociones de partición, división, acortamientos, relaciones parte todo, medidas, razones, proporciones.

Por ejemplo:

Cuando se desea partir un alambre de 20 metros de largo en 4 partes iguales ¿Cuál es el tamaño de cada parte?



Tema 1.

Reparto proporcional



Indagación

Carlos desea cultivar un terreno rectangular como el de la ilustración 1, así: La mitad con hortalizas, la tercera parte con plantas medicinales y el resto con plantas aromáticas.

En tu cuaderno dibuja el terreno y señala, con tres colores diferentes, los cultivos deseados por Carlos.

¿Qué parte del terreno tendrá cultivo de plantas aromáticas?

Compara tu trabajo con el de tus compañeros.

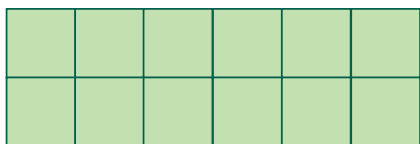


Ilustración 1



Conceptualización

La ilustración 2 muestra:

En el paso 1, una unidad representada por la figura de color amarillo, 1 de 1.

En el paso 2, observas que la misma unidad ha sido dividida en 4 partes iguales, de las cuales se ha tomado 1 (color verde), 1 de 4.

La parte de la unidad pintada de verde, es un cuarto ($\frac{1}{4}$) de la unidad.

En el paso 3, la misma unidad se ha dividido en 10 partes iguales, de las cuales se han tomado 7 (color anaranjado), 7 de 10.

La parte de la unidad pintada de anaranjado es siete décimos ($\frac{7}{10}$) de la unidad.

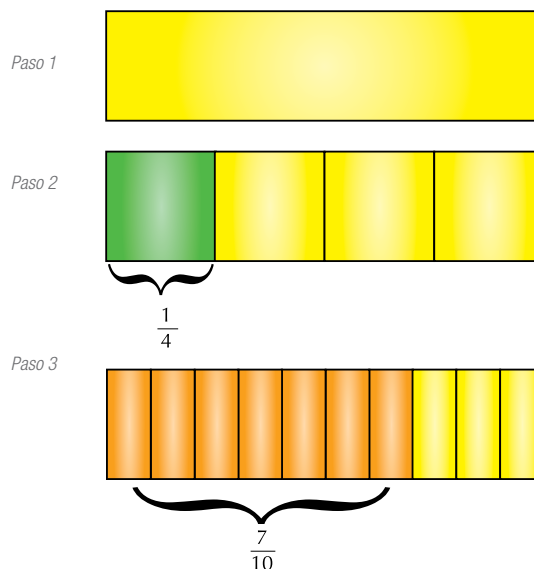


Ilustración 2

En los pasos 1, 2 y 3, a las partes tomadas de la unidad (1, 1, 4) las llamaremos numeradores y a las partes en se divide la unidad, (1, 4, 10) las llamaremos denominadores.

$$\begin{array}{l} 1 \longrightarrow \text{Numerador} \\ 4 \longrightarrow \text{Denominador} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{7}{10} \longrightarrow \text{Numerador} \\ \frac{7}{10} \longrightarrow \text{Denominador} \end{array}$$

En la fracción $\frac{a}{b}$; (b debe ser diferente de cero y a y b deben ser números naturales), a es el numerador y b es el denominador. $\frac{a}{b}$ es el cociente (división) entre dos cantidades. b son las veces en que se divide la unidad y a son las partes que se toman de ella.

Las ilustraciones 3, 4 y 5 muestran, tres formas diferentes de representar la fracción: $\frac{4}{9}$.

La ilustración 3 representa la longitud de un segmento (parte o pedazo) de recta dividido en nueve partes de igual longitud, de las cuales hay señaladas cuatro. Numéricamente el fraccionario representado es $\frac{4}{9}$.

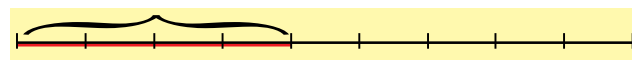


Ilustración 3

La ilustración 4 representa la superficie de un triángulo dividido en nueve partes iguales o triangulitos y cuatro de ellos se han pintado de gris. Numéricamente, los triangulitos grises representan el fraccionario $\frac{4}{9}$.

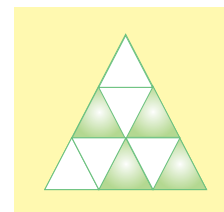


Ilustración 4

La ilustración 5, muestra un total de nueve discos del mismo tamaño y forma, con diferentes colores cuatro de ellos son amarillos.

El fraccionario o número racional que representa la cantidad de discos amarillos es $\frac{4}{9}$. Observa que del total de 9 discos hay 4 amarillos, 3 rojos y 2 verdes. Si los discos amarillos representan los $\frac{4}{9}$ del total, porque hay 4 discos amarillos de 9, entonces piensa cuál fraccionario representaría los discos rojos y cuál fracción sería la que represente los discos verdes. Coméntalo con tus compañeros.

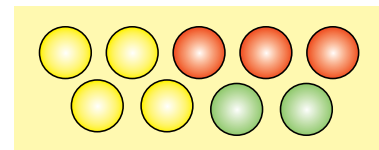


Ilustración 5

El número mixto

En la ilustración 6, encuentras una fracción que requiere más de una unidad.

Se tomaron 2 unidades y cada una se dividió en 5 pedazos o partes iguales. Entre las dos unidades hay 7 pedazos coloreados, por lo tanto, la parte sombreada o pintada corresponde a la suma de dos partes de una unidad y 5 partes de la otra, es decir, $\frac{2}{5} + \frac{5}{5} = \frac{7}{5}$.

Lo anterior significa que la fracción $\frac{7}{5}$ es igual a dividir, lo cual es igual a $1\frac{2}{5}$, el cual se compone de 1 unidad y $\frac{2}{5}$. A este resultado se le conoce como número mixto.

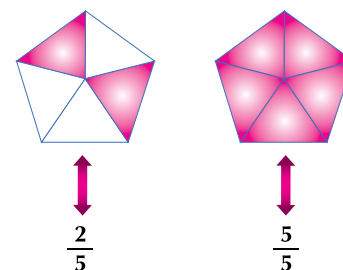


Ilustración 6

Una fracción que es mayor que la unidad puede escribirse como el número de unidades, seguido por una fracción y se llama número mixto.



Aplicación

Resuelve las actividades siguientes, en tu cuaderno y después compara tu trabajo con el de tus compañeros. Sigue la instrucción dada en cada paso.

Actividad N° 1

Paso 1. Dibuja un rectángulo del tamaño que quieras y tómalolo como una unidad.

Paso 2. Divide la unidad (el rectángulo) en cinco partes iguales.

Paso 3. Sombrea tres de las cinco partes en que dividiste la unidad.

Paso 4. Escribe el fraccionario que corresponde a la parte sombreada y a la no sombreada.

Paso 5. ¿Qué significa la fracción de la parte sombreada y qué significa la fracción de la parte no sombreada respecto del rectángulo dibujado inicialmente?

Actividad N° 2

Paso 1. Dibuja un cuadrado de 4 centímetros de lado; toma este cuadrado como una unidad.

Paso 2. Divide la unidad (el cuadrado), en 16 partes iguales.

Paso 3. Sombrea del color que quieras, 18 partes en total. ¿Te alcanza un solo cuadrado? O ¿necesitas otra unidad?

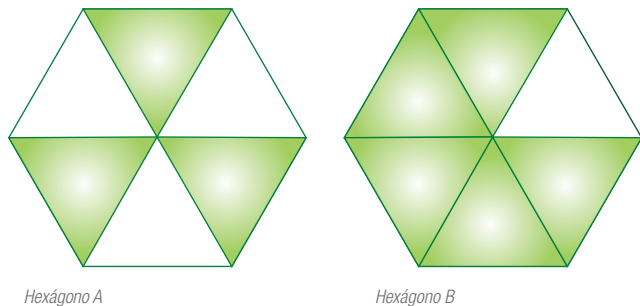
Paso 4. Escribe la fracción que corresponde a la parte sombreada como número mixto y de la parte no sombreada.

Paso 5. ¿Qué significa la fracción de la parte sombreada y qué significa la fracción de la parte no sombreada respecto de las unidades tomadas.

3. A continuación encuentras dos hexágonos regulares (congruentes y semejantes). Tomando cada polígono como una unidad. Responde lo siguiente:

- Cada unidad está dividida en ___ partes iguales.
- El hexágono A tiene ___ partes sombreadas.
- El hexágono B tiene ___ partes sombreadas.
- Verifica si el total de partes sombreadas entre los dos hexágonos es mayor que una unidad.

Explica por qué y de ser así, exprésalo como un número mixto.

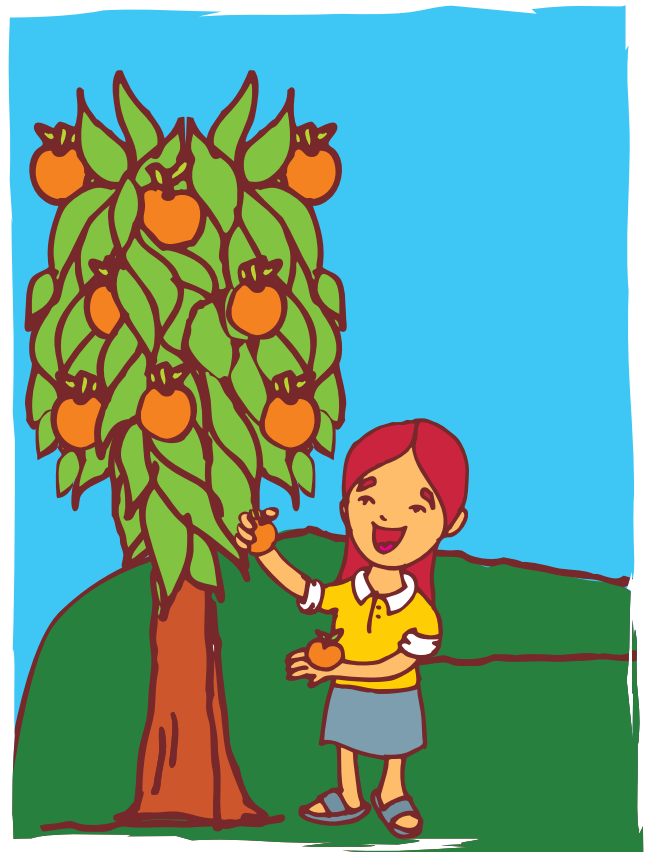


4. Escribe el número en fracción, correspondiente a la parte sombreada.

-
-

-
-
-

- Si la fracción $\frac{5}{10}$ se representa con 10 letras S.
 - Explica cuántas letras S le corresponden a una unidad.
 - Representa con letras S la fracción $\frac{11}{10}$.
- Luisita bajó 15 naranjas del cultivo que tiene en su finca y $\frac{1}{3}$ de ellas se lo dio Natalia. ¿Cuántas naranjas dejó para ella?



7. Veinte bultos o sacos de café representan $\frac{1}{4}$ de lo cosechado por Tomás.
¿En cuántos sacos está representada la cosecha de Tomás?



Representa gráficamente cada uno de los fraccionarios:

8. $\frac{9}{4}$

9. $\frac{10}{3}$

10. $\frac{43}{9}$

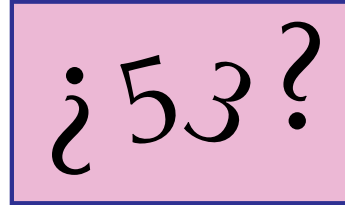
Entendemos por...

Cociente el resultado de dividir una cantidad entre otra. El cociente indica cuántas veces está contenido el divisor entre el dividendo. En una fracción, el denominador se desempeña como divisor y el numerador como dividendo. Por ejemplo $\frac{2}{3}$ equivale a la división 2 entre 3 ó $2 \overline{)3}$

Diversión matemática

Con el número cinco escrito 5 veces y el número 3 escrito 3 veces y los signos matemáticos +, -, x, ÷ y () forma expresiones matemáticas, equivalentes a 53.

Ejemplo: $(5 \times 5) + (5 \times 5) + (5 - 3) + 3/3$.



Día a día

Pulmón del Planeta

La selva amazónica se desarrolla alrededor del río Amazonas y de su cuenca fluvial. Las altas temperaturas favorecen el desarrollo de una vegetación tupida y abundante, siempre verde.

Se le llama el Pulmón del Planeta, ya que mantiene un equilibrio climático: los ingresos y salidas de CO_2 y de O_2 están balanceados.

Los científicos ambientalistas concuerdan en que la pérdida de la biodiversidad es resultado de la destrucción una buena fracción de la selva. Existen en ella innumerables especies de plantas todavía sin clasificar, miles de especies de aves, innumerables anfibios y millones de insectos.



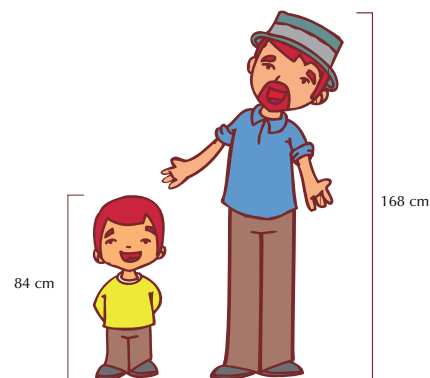
Tema 2. Comprendo el significado de la fracción como razón



Indagación

La estatura de Rodolfo es 168 cm y la estatura de su hijo es 84 cm. Ellos aparecen en la figura de tu derecha. Resuelve en tu cuaderno lo siguiente:

- Calcula cuántos centímetros es más alto Rodolfo que el niño.
- Encuentra cuántas veces es más alto Rodolfo que el niño.



Conceptualización

El resultado de la comparación de dos magnitudes se llama **razón**. Analicemos las dos situaciones siguientes:

Situación 1.

En un salón de clases, la relación entre mujeres y hombres es de 6 a 3, significa que por cada 6 mujeres hay 3 hombres, es decir; que de 9 estudiantes, 6 son mujeres y 3 son hombres.

Es decir son mujeres $\frac{6}{9}$ y son hombres $\frac{3}{9}$.

Decimos que la relación de mujeres a hombres es 6:3 y se lee “seis es a tres” y la relación de hombres a mujeres es de 3:6 ó también puede escribirse $\frac{6}{3}$ (primera relación) y $\frac{3}{6}$ (segunda relación).



Situación 2.

En una reunión hay hombres y mujeres. Analicemos los casos siguientes:

- En la reunión hay 1 hombre por cada 3 mujeres; es decir, que de cada 4 personas, 1 es hombre y 3 son mujeres.

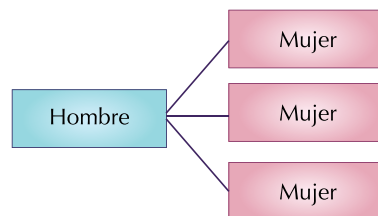
La razón de hombre a mujer es 1:3 se lee: “uno es a tres” o también puede escribirse $\frac{1}{3}$.

¿Cómo será la relación de mujeres a hombre?

¿Cómo será la relación de hombre a mujeres?

¿Cómo será la relación de hombre respecto al número de personas que hay en la reunión?

¿Cómo será la relación de mujeres respecto al número de personas que hay en la reunión?





Aplicación

En tu cuaderno, copia, analiza y soluciona las situaciones que se presentan a continuación.

1. En un almacén de automóviles de cada 4 autos, 3 son de color blanco.
 - a. Escribe la fracción que determina la razón en esta situación.
 - b. Elabora una tabla de datos para cada 4, 8, 12, etc. autos y los correspondientes de color blanco con su respectiva relación. ¿Cuál es la razón en cada caso?
 - c. Si hay un total de 24 automóviles, explica cuántos automóviles son de color blanco y por qué.

2. En un salón de clases hay 35 estudiantes de los cuales 10 son hombres y 25 son mujeres. ¿Puedes afirmar que por cada 2 hombres hay 5 mujeres? Explica.

3. En un cultivo de flores hay 72 empleados, de los cuales 54 se dedican a la recolección y cuidado de las flores y 18 a seleccionar y empacar el producto final. ¿La relación entre empacadores y recolectores es: 1:2, 1:3 o 1:4? Explica tu respuesta.

4. En un salón de clases 28 estudiantes pasaron sin perder materias en el primer período y los 12 estudiantes restantes perdieron una o más asignaturas. ¿Es correcto afirmar que por cada 7 estudiantes que ,3 estudiantes perdieron una o más asignatura? Explica por qué.

5. ¿Cuál es la razón entre dos grupos de estudiantes si se sabe que 20 tienen menos de 12 años y 24 tienen doce o más años? Escribe la razón y su significado.



Entendemos por...

Razón aquella relación entre dos magnitudes que se comparan. La razón puede darse como una fracción, aunque existen otros tipos de razones entre dos magnitudes tales como la razón geométrica y la razón aritmética y otras.

Diversión matemática

El rebaño más pequeño

Un granjero que tiene un rebaño de ovejas muy numeroso. Descubre una gran singularidad con respecto a su número. Si las cuenta de dos en dos, le sobra 1. Lo mismo ocurre cuando las cuenta de 3 en 3, de 4 en 4, etc.... hasta de 10 en 10, siempre sobra 1.
¿Cuál es el rebaño más pequeño que se ajusta a estas condiciones?



Día a día

Un buen jardín

Lograr construir un auténtico jardín en el hogar, es de alguna manera, poseer una obra de arte. Las mejores condiciones para el crecimiento y la salud de una planta, están en los factores externos que influyen en la vegetación: el clima, el ambiente, el tipo de suelo, la luz, la temperatura, y la humedad.



Para tener un hermoso jardín debe cuidarse la proporción de agua y los porcentajes de abonos que las plantas requieren.

Los componentes básicos de cualquier fertilizante son nitrógeno, fósforo y potasio. La diferencia entre unos y otros está en las proporciones utilizadas de cada uno de estos componentes.

Un fertilizante 20-20-20 tiene iguales proporciones de nitrógeno, fósforo y potasio.

El 5-10-5 indica mayor proporción de fósforo.

Los fertilizantes también contienen otros nutrientes como hierro, magnesio, calcio, zinc y sulfuros.

Un fertilizante que se ajusta a muchos tipos de plantas es el 10-10-10.

http://plantas.facilísimo.com/reportajes/consejos/como-usar-los-fertilizantes_184306.html

Tema 3. Comprendo el significado de la fracción como porcentaje

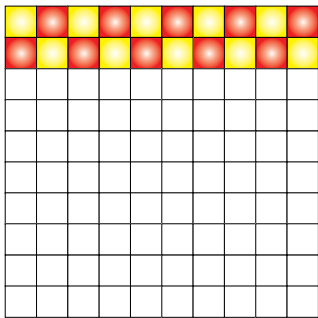


Indagación

Analiza las situaciones siguientes, con algunos compañeros.

En tu cuaderno, copia el cuadrado del lado izquierdo de esta hoja y realiza cada actividad:

1. Dado el cuadrado observa sus divisiones y partes sombreadas:
 - a. Cuenta las partes en que está dividido ese cuadrado grande.
 - b. Escribe el número de cuadraditos pequeños que están pintados de amarillo y rojo.
 - c. Escribe la fracción del cuadrado que representa el número de cuadraditos pintados.



- d. Escribe el porcentaje del cuadrado que representa el número de cuadraditos pintados, sabiendo que todas las partes en que está dividido el cuadrado corresponden al 100%.

2. Gonzalo dice: "El 10 por ciento de los 40 estudiantes del curso prefieren el fútbol".

- a. ¿Cuántos estudiantes prefieren el fútbol?
- b. ¿Qué porcentaje de los estudiantes del curso no prefiere el fútbol?
- c. ¿Qué fracción representa el 10%?
- d. ¿Qué fracción representa el 90%?
- e. ¿Qué porcentaje representa el 100%?



Conceptualización

Estudia con cuidado los ejercicios siguientes:

1. En un grupo hay 100 personas, de las cuales 20 son niños.

Esto significa que por cada 100 personas, hay 20 niños, es decir, que de las 100 personas, la fracción que representa la cantidad de niños es $\frac{20}{100}$.

Solución

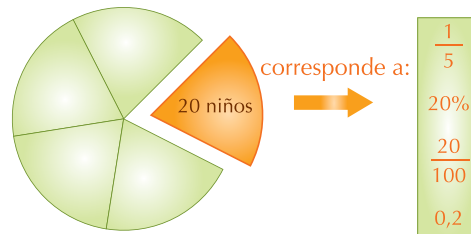
$\frac{20}{100}$ equivale a decir 20 niños de cada 100 personas; esto es, el veinte por ciento y se escribe 20%.

20 niños de 100 personas equivale a decir $\frac{20}{100}$ que simplificado es igual a $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{5}$ indica que hay 1 niño(a) por cada 5 personas.

Y en la relación de porcentaje se expresa

$$\begin{array}{l} 10 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 5 \\ 0.2 \end{array} \right. \text{ de donde } \frac{0.2 \times 100}{100} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Es decir que 20 niños(as) de las 100 personas corresponden al 20% y el círculo completo representa las 100 personas, esto es, el 100%.



2. En una canasta hay 30 huevos rojos y 30 huevos blancos. Se quiere saber:

- a. ¿Cuántos huevos hay en total?
- b. ¿Qué fracción de huevos rojos hay?
- c. ¿Cuál es el porcentaje de huevos rojos?
- d. ¿Qué fracción de huevos blancos hay?
- e. ¿Cuál es el porcentaje de huevos blancos?

Solución

- En total hay: 30 huevos rojos + 30 huevos blancos = 60 huevos en total.
- 30 huevos rojos de un total de 60 huevos corresponde a la fracción $\frac{30}{60}$.
Como 30 es la mitad de 60, entonces $\frac{30}{60}$ es igual a $\frac{1}{2}$, luego la fracción de huevos rojos es $\frac{1}{2}$.
- Como 30 huevos rojos equivalen a $\frac{1}{2}$ del total de los huevos de la canasta y $\frac{1}{2}$ es 1 huevo rojo de cada 2 huevos ó $\begin{array}{r} 10 \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ 0.5 \end{array}$ ó $\begin{array}{r} 10 \\ 0 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ 0.50 \end{array}$ que significa que de 30 huevos, la mitad de ellos son rojos, es decir, 0.5 ó el 50%.
- Si $\frac{1}{2}$ del total de huevos son rojos, entonces los huevos blancos corresponden a la otra mitad.
- El porcentaje de huevos blancos es 50%.



- A un grupo de personas se le pidió asistir a una reunión, pero solo asistió el 25%. Si el número de personas que asistieron a la reunión fue de 10 ¿A cuántas personas se les pidió asistir a la reunión?

Solución

El 25% de asistencia a la reunión equivale a 10 personas. La totalidad de las personas que debían asistir equivale al 100%. Nos preguntamos: ¿Qué parte del 100% es el 25%?

Respondemos: El 25% es la cuarta parte de 100%, porque $25 \times 4 = 100$.

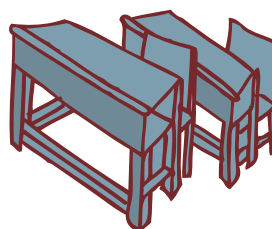
Si $25\% = 10$ personas, entonces, como $25\% \times 4 = 100\%$, entonces, $10 \text{ personas} \times 4 = 40$ personas, que corresponde al 100%, es decir 40 es la totalidad de personas asistieron.



Aplicación

Resuelve estos ejercicios en tu cuaderno. Escribe el procedimiento para resolver cada problema y compara con tus compañeros.

- En un salón de clases hay 60 pupitres y el 10% de ellos está dañado. ¿Cuántos pupitres buenos hay?



- Ana tiene 20 discos de música y le regaló a un amigo los $\frac{15}{20}$, es decir, le regaló _____ discos.

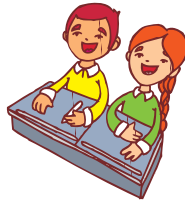


3. Un trabajador ganaba en el año 2010 \$515,000, si para el año 2011 le aumentaron los $\frac{4}{100}$ del sueldo, explica,

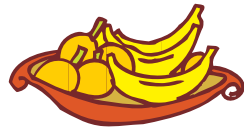


- ¿Cuánto dinero le aumentaron al trabajador?
- ¿Cuánto gana en el 2011?

4. En un salón de clase hay 45 estudiantes, si para el próximo año se espera un aumento de $\frac{120}{100}$, ¿Cuántos estudiantes nuevos se aspira tener para el próximo año? Explica.



5. En un frutero hay bananos y granadillas, el 40% de las frutas del frutero es igual a 4 bananos,



- ¿Cuántas granadillas hay?
- ¿Cuántas frutas habrá en total?

6. El 120% es igual a \$240,000. ¿Cuánto dinero es el 10%?

7. En un cuadro hay pintadas 5 manzanas, 3 peras y 2 anones, escribe la fracción que representa cada clase de fruta, en el cuadro.



- Si el 35% es igual a 105. ¿Cuánto será el 50%?
- El 30% es igual a 60. ¿A cuánto corresponde el 100%?
- Inventa un problema en el que se utilice porcentaje.

Entendemos por...

Porcentaje a la fracción cuyo denominador es 100.

Por ejemplo: decir que se tomó el 37% de una cantidad significa que se tomó 37 de cada 100 unidades o que se tomó $\frac{37}{100}$ del total.

Diversión matemática

Método árabe de multiplicación

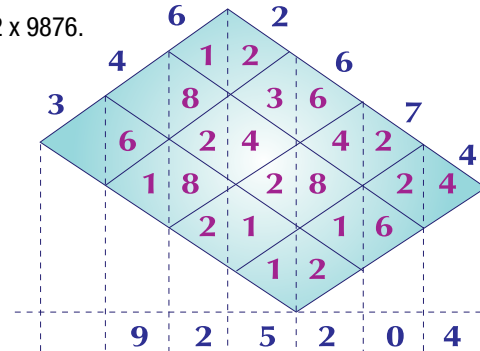
Todavía lo practican algunos árabes de ciertas regiones.

En el ejemplo se muestra el producto de

$346 \times 2,674 = 925,204$. Descubre cómo funciona.

Realiza por este método los siguientes productos:

- 789×1358 .
- 5432×9876 .



Día a día

La finca moderna

Hoy se trabajan formas alternativas de producción y conservación, que buscan: Crear sistemas agrícolas de bajo consumo de energía y alta productividad.

Concebir la vivienda como parte integrante del ciclo ecológico de la parcela.

Obtener el mayor grado de autosuficiencia posible.

Emplear técnicas y tecnologías accesibles.

Buscar una producción integrada al desarrollo humano y ecológico.

Muchas familias campesinas tienen una porción de tierra (fracción de una finca), que manejada con buenas técnicas, podrían proporcionarles alimentos suficientes para satisfacer necesidades de la familia y mercados locales.

Piensa en un lugar o fracción de la casa o finca en donde podría aprovecharse para hacer una huerta.



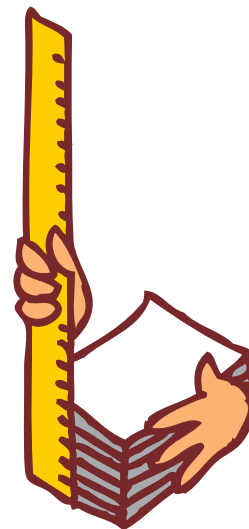
Tema 4. Fracciones decimales



Indagación

Una forma de medir el grosor de una hoja de papel es acomodando varias hojas de papel de la misma calidad y organizarlas en un paquete compacto y comprimido con los dedos o con una prensa.

Manuel midió el grosor de 100 hojas en el libro de matemáticas. ¿Cuál es el grosor de una hoja del libro de matemáticas si las 100 hojas miden 17 milímetros?



Conceptualización Noción de número decimal

Los estudiantes de una clase de educación física realizaron un trabajo de investigación sobre atletismo y entre otros datos obtuvieron los correspondientes a algunas marcas mundiales.

Por ejemplo:

Modalidad	Descripción	Marca
Salto alto.	Edward Ashley, uruguayo ocupó primer puesto 6 de marzo de 2011.	1.82 metros.
Salto largo.	El estadounidense Dwight Phillips, en el Mundial de atletismo, Corea del sur 2011 medalla de oro.	8.45 metros.
Salto triple.	La antioqueña Caterine Ibargüen, obtuvo la medalla de bronce, en salto triple con una marca de, en el Mundial de Atletismo, en Corea del Sur 2011.	14.84 metros.
Salto con garrocha.	La brasileña Fabiana Murer, medalla de oro, en el Mundial de Atletismo, Corea del Sur 2011.	4.85 metros.

Al observar los números que expresan estas marcas, es notorio que 1.82, 8.45, 14.85 y 4.85 no son números naturales. Estos números expresan la medida en metros de la distancia total alcanzada en el salto.

Desde luego, es razonable pensar en la imposibilidad de que los atletas salten siempre un número exacto de metros. Entonces, al ver estas cantidades, es necesario considerar que a la izquierda del punto está anotado el número de metros completos (unidades) que el atleta saltó,

y a la derecha del punto la fracción de metro que completa la medición realizada; por ejemplo en salto de altura 2 m (unidades) 4 dm y 5 cm.

A las fracciones que aparecen a la derecha del punto, se les llama fracciones decimales y resultan al dividir la unidad o el referente en partes iguales, basándose en la estructura del sistema de numeración decimal.

En el caso del metro, el decímetro es la décima parte de él.

$1 \text{ decímetro} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0.1 \text{ m} = 1 \text{ décima de metro}$
$1 \text{ centímetro} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0.1 \text{ dm} = 1 \text{ décima de decímetro}$
$1 \text{ centímetro} = \frac{1}{100} \text{ m} = 0.01 \text{ m} = 1 \text{ centésima de metro}$
$1 \text{ milímetro} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0.1 \text{ cm} = 1 \text{ décima de centímetro}$
$1 \text{ milímetro} = \frac{1}{100} \text{ dm} = 0.01 \text{ dm} = 1 \text{ centésima de decímetro}$
$1 \text{ milímetro} = \frac{1}{1,000} \text{ m} = 0.001 \text{ m} = 1 \text{ milésima de metro}$

Como puedes observar a la derecha del punto, o parte decimal del número, cada lugar vale diez veces más que su vecino de la derecha. Lo mismo que ocurre en la parte entera del número, a la izquierda del punto decimal. Es una forma coherente de ampliar el Sistema de Numeración Decimal.

Lo anterior se muestra en el esquema, a continuación, y en el cual se hace referencia a la parte entera y a la parte fraccionaria o decimal, así como al punto decimal.

Unidades de millón
Centenas de millar
Decenas de millar
Unidades de millar
Centenas
Decenas
UNIDADES
Punto decimal
Décimas
Centésimas
Milésimas
Diezmilésimas
Cienmilésimas
Millonésimas

La notación decimal también se usa en cálculos de carácter científico, técnico y comercial. Por lo tanto, se requiere conocer y manejar en forma correcta los decimales en muchas actividades de la vida profesional y cotidiana.

Lectura y escritura de números decimales

Para la representación del número de objetos que integran una colección se usan los números naturales, pero cuando se trata de indicar el número de partes iguales en las cuales se divide la unidad, colección, o referente, se utilizan los números fraccionarios, los cuales se pueden escribir en forma decimal.

Para escribir fracciones decimales, es necesario considerar el esquema siguiente: obsérvese que a la derecha de la parte entera de una cantidad se escribe la parte fraccionaria, y se coloca un punto de separación entre ambas:



Tengamos en cuenta que si una unidad se divide en diez partes iguales, cada una de ellas se llama décima

Si una de las partes obtenidas (décimas) se divide nuevamente entre 10, se obtienen otras diez partes y cada una se llama centésima por ser la centésima parte de la unidad. Su representación es: 0.01.

De esta forma, dividiendo sucesivamente entre diez, se obtienen partes cada vez más pequeñas que se representan y nombran de la siguiente manera:

Representación	Nombre
$1 \div 10$	Décimas
$0.1 \div 10$	Centésimas
$0.01 \div 10$	Milésimas
$0.001 \div 10$	Diezmilésimas
$0.0001 \div 10$	Cienmilésimas
$0.00001 \div 10$	Millonésimas

La lectura de fracciones escritas en forma decimal se efectúa como si fuera un número natural, pero agregándole el nombre de la posición que ocupa la última cifra de la derecha.

Ejemplos:

Números	Se lee
0.4	Cuatro décimas.
0.32	Treinta y dos centésimas.
1.265	Un entero, doscientos sesenta y cinco milésimas.
0.0807	Ochocientos siete diezmilésimas.
0.008	Ocho milésimas.

Obsérvese que el uso del cero es determinante para establecer el valor de las demás cifras.

Cuando en un número decimal la parte entera no es 0, también se puede leer de la siguiente manera: se nombra la parte entera y después la parte fraccionaria.

Ejemplos:

Números	Se lee
4.23	Cuatro enteros, veintitrés centésimos.
1.003	Un entero, tres milésimos.

¿Cómo se leerían los números 140.0807; 5.69; 1.265.

Nótese que en la representación y lectura de números decimales la colocación del punto decimal es decisiva, ya que de él depende el valor de la fracción.

Comparación de fracciones decimales

Al comparar dos o más números decimales, se determina si uno es mayor, menor o igual que el otro; para saberlo, se puede seguir el camino que a continuación se presenta:

Comparación cifra a cifra:

Sean 0.25 y 0.250.

Si se comparan las cifras que ocupan el lugar de las décimas tenemos que ambas son iguales; en seguida se comparan las cifras que ocupan el lugar de las centésimas: sucede que también son iguales; además los ceros que están después de la última cifra significativa no representan ningún cambio en la cantidad. Por lo tanto, en este caso, ambas cantidades son iguales.

Véase otro caso:

Sean 0.9 y 0.38

Se comparan ambas empezando por los décimos; en este caso, nueve es mayor que tres, por tanto, 0.9 es mayor que 0.38, lo cual se representa así $0.9 > 0.38$.

Si se tiene ahora: 0.256 y 0.27

La comparación se hace ahora con las centésimas, como 5 es menor que 7, entonces, 0.256 es menor que 0.27, lo cual se representa $0.256 < 0.27$.

Para determinar si una fracción decimal es mayor que otra no se toma en cuenta la cantidad de dígitos que las componen, sino que se empieza la comparación a partir de las décimas, hasta llegar a observar en qué posición está una cifra mayor que otra.

De ese modo es posible comparar los decimales para determinar cuál es mayor, menor o igual.

Ejemplos:

$0.75 > 0.69$ porque **7** es mayor que **6**.

$0.28 < 0.5$ porque **2** es menor que **5**.

$0.1049 > 0.1048$ porque **9** es mayor que **8**.

Los decimales en la recta numérica

Los números decimales también pueden representarse en la recta numérica.

Si se considera que los números decimales pueden contener décimas, centésimas, milésimas, etcétera, la unidad deberá dividirse en 10, 100, 1000, etc. partes iguales, respectivamente.

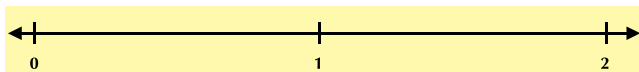
En la recta numérica, una unidad es el segmento de recta comprendido entre dos enteros consecutivos.

Analicemos los ejemplos:

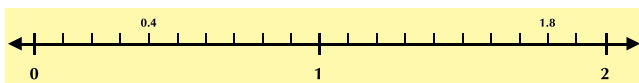


En la recta anterior se representan dos unidades: la primera es el segmento que tiene por extremos el 0 y el 1; en tanto que en la segunda, el segmento va de 1 a 2.

1. Representemos en la recta numérica los números decimales 0.4 (cuatro décimas) y 1.8 (un entero ocho décimas).

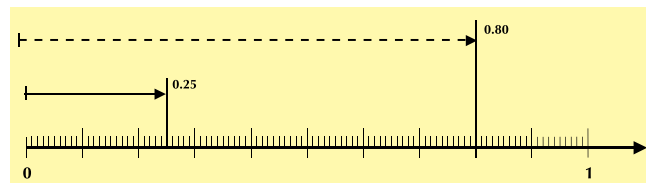


Como los números ejemplificados tienen una cifra decimal, se habla de décimas; por lo cual se subdividirá cada segmento que sirve como unidad en 10 partes iguales.



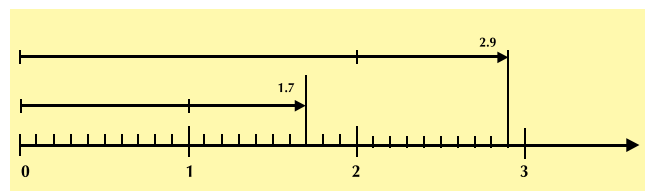
En los dos números anteriores se tomó como punto de partida el 0, y de él se contaron, primero, 4 marcas (cuatro décimas), y después 18 marcas (dieciocho décimas) para localizar el punto que representa a cada número decimal.

2. Representemos en la recta 0.25 (veinticinco centésimas) y 0.80 (ochenta centésimas). Como los números son centésimas, la unidad deberá dividirse en 100 partes iguales. Ya que ambos números decimales son menores que la unidad, su representación se encontrará entre 0 y 1.



La localización del punto que representa cada número decimal se efectúa contando, a partir de cero, 25 y 80 marcas, respectivamente.

3. Representemos en la recta numérica los números decimales 1.7 (un entero, siete décimas) y 2.9 (dos enteros, nueve décimas). Como se habla de décimas, los segmentos unidad se dividirán en 10 partes iguales. El primer número decimal se localizará entre 1 y 2 por ser mayor que 1 y menor que 2; el número decimal 2.9 se localizará entre 2 y 3 por ser mayor que dos y menor que tres.



Para localizar el punto que representa el número decimal 1.7 se considera su lectura: 1 entero y 7 décimas; para ubicar el punto que representa el número decimal 2.9, debe recordarse que equivale a 2 enteros y 9 décimas.

Un metro dividido en decímetros, centímetros y milímetros es un ejemplo concreto de una recta numérica con decimales: con él se efectúan mediciones y se considera el 0 como punto de partida. Para encontrar en la recta numérica el punto que representa a un número decimal, primero se divide cada unidad en partes iguales (10 si son décimas, 100 si son centésimas, 1,000 si son milésimas, 10,000 si son diezmilésimas, etcétera.) y después, a partir del 0, se cuentan tantas marcas como lo indique el número decimal.

Adición y sustracción de decimales

Son muchas las situaciones diarias en las que se requiere realizar adiciones con decimales para resolver problemas que tienen que ver con medidas, peso, tiempo, dinero, etcétera.

Veamos el siguiente problema:

- La mamá de Juan quiere hacerle un traje y para ello, necesita tela. Para el pantalón requiere 1.10 m y para el saco 1.35 m, ¿cuántos metros necesita en total?



Al resolver el problema con los datos proporcionados, el planteamiento de solución requiere una suma:

1.10 m + 1.35 m y se solucionaría siguiendo tres pasos:

1. Se escriben los números, uno debajo de otro, de manera que los décimos queden en una columna, los centésimos en otra, y así sucesivamente.

$$\begin{array}{r} 1.10 \\ 1.35 \end{array}$$

2. La suma se iniciará por la columna de la derecha, tomando los lugares vacíos como ceros, y al llegar al punto decimal, éste se anotará alineándolo con los de arriba.

$$\begin{array}{r} 1.10 \\ + 1.35 \\ \hline 0.45 \end{array}$$

3. Se suma la parte entera

$$\begin{array}{r} 1.10 \\ + 1.35 \\ \hline 2.45 \end{array}$$

En total necesita 2.45 m. de tela.

Se observa, en el resultado de la suma con decimales, que las unidades del mismo orden se acomodan en forma vertical y luego se suman las columnas, del mismo modo que se realiza con los números naturales.

En los números decimales también es necesario tener en cuenta la forma de realizar la sustracción. Veamos el ejemplo siguiente:

- Un trabajador instaló 12 m² de alfombra en una casa. El primer día instaló 1.90 m². Después de dos días de trabajo ha instalado 7.58 m², ¿Cuántos metros cuadrados de alfombra instaló el segundo día?

La situación planteada se presenta así:

Hay una adición de dos sumandos y se desconoce uno de ellos.

$$\begin{array}{r} 1.90 \text{ m}^2 \\ \text{Trabajo del} \\ \text{primer día} \end{array} + \begin{array}{r} \boxed{} \text{ m}^2 \\ \text{Trabajo del} \\ \text{segundo día} \end{array} = \begin{array}{r} 7.58 \text{ m}^2 \\ \text{Trabajo de} \\ \text{los dos días} \end{array}$$

Una operación para encontrar la respuesta es la sustracción.

$$\begin{array}{rcl}
 7.58 \text{ m}^2 & - & 1.90 & = & \boxed{} \text{ m}^2 \\
 \text{Suma} & & \text{sumando} & & \text{sumando} \\
 & & \text{Conocido} & & \text{que falta}
 \end{array}$$

La sustracción es la operación inversa a la adición.

Los términos de la sustracción son:

$$\begin{array}{rcl}
 7.58 \text{ m}^2 & - & 1.90 \text{ m}^2 & = & \mathbf{5.68 \text{ m}^2} \\
 \text{Minuendo} & & \text{sustraendo} & & \text{resta o} \\
 & & & & \text{diferencia}
 \end{array}$$

Lo importante es darse cuenta de que el sustraendo se coloca debajo del minuendo y el punto decimal se alinea verticalmente. Se resta como si fueran números naturales, de tal manera que el punto decimal del resultado se alinea con el punto decimal de los demás elementos. Así:

$$\begin{array}{r}
 7.58 \text{ minuendo} \\
 - 2.90 \text{ sustraendo} \\
 \hline
 5.68 \text{ resta, diferencia}
 \end{array}$$

Un caso que merece tomarse en cuenta es cuando el minuendo tiene más o menos cifras decimales que el sustraendo.

Ejemplos:

- a. $1,003.003 - 478.25$. Para realizar esta operación, se obtiene un decimal equivalente al sustraendo, agregándole a éste un 0 a la derecha.

$$\begin{array}{r}
 1,003.003 \\
 - 478.250 \\
 \hline
 524.753
 \end{array}$$

- b. $748.0130 - 0.2476$. Para realizar esta operación, se busca un decimal equivalente al minuendo. Por lo que se le agrega a éste un 0 a la derecha.

$$\begin{array}{r}
 748.0130 \\
 - 0.2476 \\
 \hline
 747.7654
 \end{array}$$

Por otra parte, es notable el hecho de que cuando el minuendo es menor que el sustraendo no existe un decimal positivo que sea el resultado de la operación.

Es decir:

Si a, b y c son números decimales positivos, entonces $a - b = c$, si y sólo si a es mayor o igual que b .

Multiplicación de decimales

En la multiplicación de números decimales se usa el mismo procedimiento que en los números naturales, la única diferencia es la posición que le corresponde al punto decimal en el producto.

Analicemos los ejemplos:

1. Si se multiplica 2.3528×4 , hay que considerar que esta operación se puede resolver si pensamos que 2.3528 se suma 4 veces. Entonces se tiene:

$$\begin{array}{r}
 2.3528 \\
 + 2.3528 \\
 + 2.3528 \\
 + 2.3528 \\
 \hline
 9.4112
 \end{array}$$

Observa que:

$$2.3528 = \frac{23,528}{10,000} \Rightarrow \frac{23,528}{10,000} \times 4 = \frac{23,528 \times 4}{10,000}$$

Para obtener el producto final se requiere multiplicar “normalmente” los dos números y luego efectuar la división, es decir, separar en el producto de derecha a izquierda 4 cifras, colocando el punto decimal.

$$\frac{23,528 \times 4}{10,000} = \frac{94,112}{10,000} = 9.4112$$

Si la multiplicación se resuelve de la manera usual, olvidando el punto decimal, queda:

$$\begin{array}{r} 23528 \leftarrow \text{factor} \\ \times 4 \leftarrow \text{factor} \\ \hline 94112 \leftarrow \text{producto} \end{array}$$

Para determinar la posición del punto en el producto, se cuenta el total de cifras decimales que tienen los factores (en este caso hay 4), lo que indica que en el producto habrá 4 cifras decimales, las mismas que se cuentan de derecha a izquierda, o sea:

$$\begin{array}{r} 2.3528 \leftarrow \text{cifras decimales} \\ \times 4 \leftarrow \text{ninguna cifra decimal} \\ \hline 9.4112 \leftarrow \text{producto con 4 decimales} \end{array}$$

¿Cómo proceder para hallar el producto de 0.0265 y 0.451?

$$\frac{265}{10,000} \times \frac{451}{1,000} = \frac{265 \times 451}{10,000 \times 1,000} = \frac{110,515}{10,000,000}$$

¿Cuántas cifras deben contarse para colocar el punto decimal?

¿Cómo puede explicarse el procedimiento?
 $0.0265 \times 0.451 = 0.0119515$ ¿Cómo lees el producto?

División de números decimales



El servicio de larga distancia nacional cobra \$246.35 por minuto para llamar entre Bogotá y Cali, en el horario nocturno. Doña María quiere llamar a su hijo, pero no desea pagar más de \$2,000. ¿Durante cuántos minutos máximo podrá hablar?

Esta situación requiere dividir la cantidad de dinero que tiene doña María (\$2,000) entre el costo de un minuto de servicio telefónico (\$246.35), así:

$$2,000 \overline{) 246.35}$$

En la forma en que están expresadas estas cantidades no se puede proceder de inmediato a realizar la operación, ya que en el dividendo existen solamente unidades, mientras en el divisor hay unidades y parte fraccionaria. Las centésimas (35) no se pueden transformar en unidades pero las unidades (246), sí se pueden convertir en centésimas.

No hay que olvidar que 246.35 representa 24,635 centésimas, ya que la cifra 5 está en el lugar de las centésimas.

Ahora bien, ya tenemos solo centésimas en el divisor, por lo que también debemos tener sólo centésimas en el dividendo.

Una unidad equivale a 100 centésimas, por lo tanto, 2,000 unidades equivalen a 2,000 veces 100 centésimas, o sea:

$$2,000 \times 100 = 200,000$$

De manera que la división se puede expresar como:

200,000 centésimas \div 24,635 centésimas

$$200\ 000 \overline{) 24\ 635}$$

De tal manera que puede realizarse como si fueran números naturales.

$$\begin{array}{r} 200\ 000 \overline{) 24\ 635} \\ \underline{2\ 920} \\ 8 \end{array}$$

El cociente (8) indica el número de minutos que puede hablar, y el residuo (2,920 centésimas), la cantidad de dinero que le sobra (\$29.20), es insuficiente para hablar otro minuto por teléfono.

Lo anterior se puede comprobar multiplicando el costo de un minuto telefónico (\$246.35) por el cociente de la división (8 minutos) y agregando el residuo (\$29.20).

$$\begin{array}{r} 246.35 \\ \times \quad 8 \\ \hline 1,970.80 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,970.80 \\ + \quad 29.20 \\ \hline 2,000.00 \end{array}$$

Estas operaciones confirman que con \$2,000 la señora María habla durante 8 minutos y le sobran \$29.20.

Es importante darse cuenta de que una división en la que haya decimales se puede realizar con el mismo algoritmo empleado para los números naturales, a condición de que previamente se tenga el cuidado de ver que los números (el dividendo y el divisor) estén expresados en fracciones del mismo valor (décimas, centésimas, milésimas, etcétera).

Por ejemplo, realiza: $534.08 \overline{) 3.4}$

3.4 = treinta y cuatro décimas.

534.08 = cincuenta y tres mil cuatrocientos ocho centésimas.

Como una décima es igual a 10 centésimas, 34 décimas es igual a 340 centésimas. Entonces se tiene: 53,408 centésimas ÷ 340 centésimas.

Por lo tanto, se puede operar como se hace con los números naturales, o sea:

$$\begin{array}{r} 53,408 \overline{) 340} \\ 1940 \quad 157.08 \\ 2408 \\ 02800 \\ 080 \end{array}$$

Obteniéndose que en esta división el residuo es de 28 unidades; para la situación inicial se trata de 28 centésimas.

Para comprobar, se multiplica el cociente (157) por el divisor (3.4) y se agrega el residuo (28 centésimas):

$$\begin{array}{r} 157 \\ \times 3.4 \\ \hline 628 \\ 471 \\ \hline 533.8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 533.80 \\ + \quad 0.28 \\ \hline 534.08 \end{array}$$

Como al final se obtuvo el dividendo (534.08), queda comprobado que 157 es la solución.

Ahora, supóngase que el cociente deba tener una aproximación a centésimas.

En ese caso se continúa dividiendo de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 53,408 \overline{) 340} \\ 1940 \quad 157.0 \\ 2408 \\ 0280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53,408 \overline{) 340} \\ 1940 \quad 157.08 \\ 2408 \\ 02800 \\ 080 \end{array}$$

Se coloca el punto decimal en el cociente y se continúa la división convirtiendo las 28 unidades a décimas y así sucesivamente.

Ahora, el residuo, 2,800, está expresado en centésimas que corresponden, según los números dados inicialmente, a diez milésimas.

Obsérvese que las cifras del cociente son del mismo orden de los dividendos parciales que se van obteniendo al agregarles cero a los residuos.

¿Cuál es el orden del último residuo?

De esta manera se pueden obtener todas las cifras que se requieran en la parte fraccionaria (decimal).

$$\begin{array}{r} 157.08 \\ \times \quad 3.4 \\ \hline 62832 \\ 47124 \\ \hline 534.072 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 534.0720 \\ + \quad 0.0080 \\ \hline 534.0800 \end{array}$$

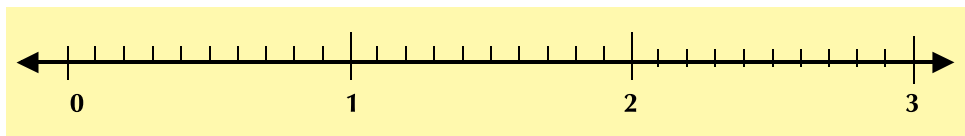
Si se multiplica el cociente (157.08) por el divisor (3.4) y se agrega el residuo (80 diezmilésimas), se obtendrá el dividendo. La obtención del dividendo es la prueba de que el cociente es correcto.



Aplicación

Copia los ejercicios siguientes en tu cuaderno, resuélvelos y compara tus respuestas con algunos compañeros.

- Escribe con números decimales las cantidades que se mencionan.
 - Luis mide 1 metro con cincuenta centímetros.
 - Mario corrió los 100 m planos en once segundos y cuarenta y tres centésimas de segundo.
 - La red de la cancha de voleibol se colocó a una altura de dos metros y cuarenta y tres centímetros.
 - Andrea compró una sandía que pesó un kilogramo con trescientos cincuenta gramos.
 - La estatura de Pablo es de un metro con cuarenta y seis centímetros.
- Escribe en palabras cada uno de los siguientes números decimales.
 - 0.010101 _____
 - 0.3535 _____
 - 3.1416 _____
 - 0.00063 _____
- De las siguientes parejas de números decimales, ¿cuál es el número mayor en cada una?
 - 0.6 y 0.59
 - 0.08 y 0.18
 - 0.35 y 0.239
- Ubica en la recta numérica los siguientes números decimales.
 - 0.3
 - 2.6



- Realiza las operaciones siguientes:
 - $371.002 + 168.1 =$
 - $47.117 + 7.001 =$
 - $128.3 - 41.970 =$



6. Las temperaturas máximas que se registraron durante una semana en la ciudad de Valledupar (departamento del Cesar) fueron: Lunes 28.3°C ; Martes 23.7°C ; Miércoles 31.2°C ; Jueves 21.05°C ; Viernes 25.90°C ; Sábado 32.57°C .

- Encuentra la diferencia que hay entre el día que se registró la temperatura más alta con respecto a los otros días.
- Encuentra la diferencia que hay entre el día que se registró la temperatura más baja con respecto a los otros días.

7. Tres empresas telefónicas cobran tarifas por minuto de comunicación, a un país de Suramérica así: \$1,757.50 la empresa A, \$1,801.75 la empresa B y \$1,698.45 la empresa C. Encuentra la diferencia del precio por minuto entre

- Empresa B y empresa A
- Empresa A y empresa C
- Empresa B y empresa C.
- Identifica la mayor diferencia de precios.



8. Mauricio resuelve un problema para lo cual debe sumar 3.24 gramos y 12.6 gramos. Su respuesta es 4.50 gramos.

- ¿Estás de acuerdo con la respuesta?
- ¿Qué crees que olvidó o no ha entendido Mauricio?

9. En un mercado existen tres puestos de frutas y verduras.

El primero vendió 5.25 kg de frutas y 2.75 kg de verduras; el segundo, 3.50 kg de frutas y 3.250 kg de verduras y el último vendió 6.2 kg de frutas y 1.750 kg de verduras.

- ¿Cuántos kg de frutas vendieron los tres puestos?
- ¿Cuántos kg de verduras vendieron los tres puestos?
- ¿Cuántos kg de frutas y verduras vendieron los tres puestos?



10. Una planta extractora de aceite de palma recoge el fruto de tres plantaciones, la primera produjo 55.875 toneladas, la segunda produjo 62.2 toneladas y la tercera 71.435 toneladas.

¿Cuántas toneladas de fruto se procesaron?



Diversión matemática

Sopa de Números

28	21.5	14.4	0.5	17.25	12.75
16	25.45	2.15	3.621	155	
0.75	23.75	19.25	524.7	18	
0.95	15.5	0.18	4.15		
36.21	18.1	215	50		
14	14.5	19.25	37.11		
127.7	140.0	21	0.95		

Operaciones

$$8.6 \text{ dividido entre } 4$$

$$1.5 + 3.5 + 10.5$$

$$28 \times 0.5$$

$$326.2 - 198.5$$

$$2.5 + 7.5 - 9.25$$


$$0.9 \text{ dividido entre } 5$$

$$0.5 \times 0.5 \times 2$$

$$35.9 + 0.21 + 0.1$$

Encuentra el resultado de cada una de las operaciones

Tema 5. Realizo transformaciones con operadores de la forma xA



Indagación

En algunas situaciones de la vida, las operaciones con los números son necesarias para resolver problemas; con ellas se aumentan o se disminuyen las magnitudes.

Observa los ejemplos siguientes y discute con tus compañeros qué pasó del lado izquierdo al derecho en cada cuadro de: estrellas, corazones y soles




1 estrella → El doble de 1 estrella

1 corazón → El triple de 1 corazón

2 soles → El cuádruplo de 2 soles

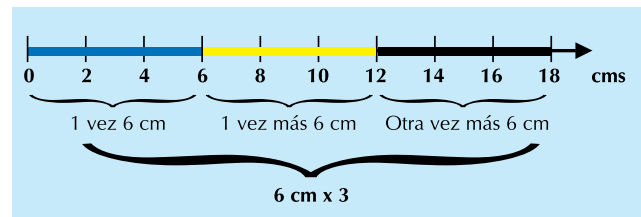
- ¿De izquierda a derecha, aumentan o disminuyen las cantidades de estrellas, corazones y soles? _____
- El doble de 5 es _____
- El cuádruplo de 3 es _____
- El doble de 10 es _____
- El triple de 12 es _____
- La operación que se aplica en estos ejemplos es _____



Conceptualización

Estudia con tus compañeros, los ejemplos siguientes:

- $6\text{cm} \times 2$, significa que 6 cm se ha aumentado dos veces, es decir, el doble.
- $6\text{cm} \times 3$, significa que 6 cm se ha aumentado tres veces, es decir, el triple.



Las fracciones como operador aumentan al multiplicar una magnitud si el numerador es mayor que el denominador.

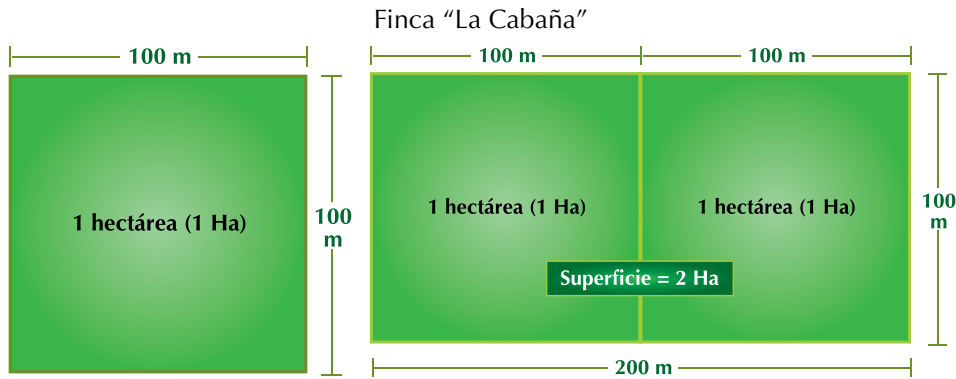
Analícemos la actividad siguiente:

- La finca “La Cabaña” tiene una superficie de 2 hectáreas. La finca “La Alborada”, tiene cinco veces la superficie de “La Cabaña”. ¿Cuál es la superficie de la finca “La Alborada”?

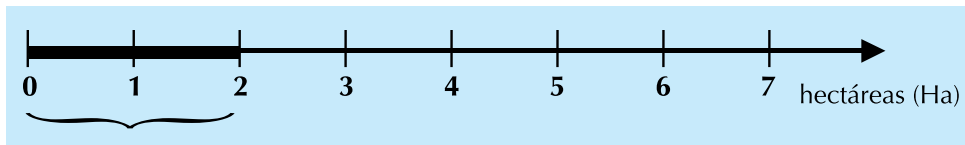
Solución:

A continuación veamos qué es una hectárea y representemos el tamaño de “La Cabaña”.

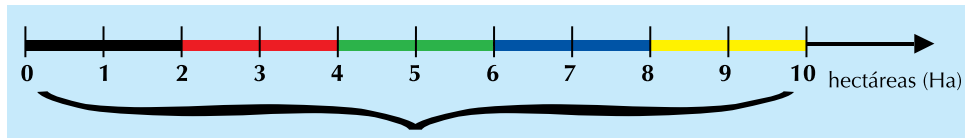
Una hectárea (ha) es la superficie ocupada por un cuadrado que mide 100 metros por cada lado.



La operación que transforma las unidades de superficie aumentándolas cinco veces, es decir, la operación que quintuplica es: $\times 5$.



Superficie de la finca "La Cabaña"



Superficie de la finca "La Cabaña" $\times 5$ = superficie de la finca "La Alborada"
 Como la finca "La Cabaña" tiene 2 hectáreas (has), entonces: le aplicamos la operación $\times 5$ y obtenemos la superficie de la finca "La Alborada", esto es: $2 \text{ has} \times 5 = 10 \text{ has}$.



Aplicación

En tu cuaderno copia los ejercicios siguientes, resuélvelos y compara tu trabajo con el de tus compañeros.

1. Aplícale la operación $\times 3$ al número 14
2. Observa cada representación siguiente y responde:

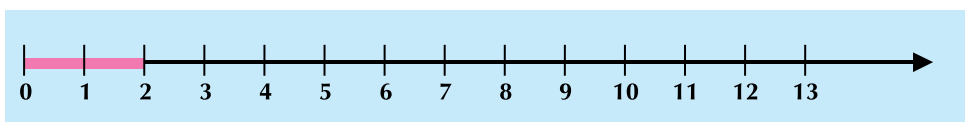


Figura 1

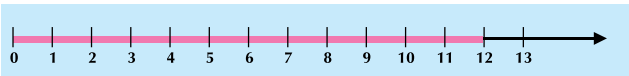


Figura 2

- ¿Qué número se representa en la figura 1?
- ¿Qué número se representa en la figura 2?
- ¿Por cuánto se multiplicó al número de la figura 1, para que resultara el número de la figura 2?

3. Observa cada representación siguiente y responde:

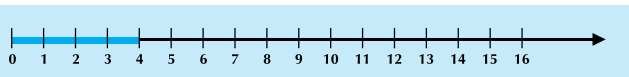


Figura 3

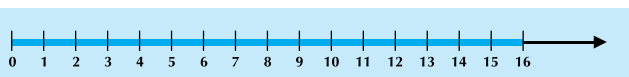


Figura 4

- ¿Qué número representa la figura 3?
- ¿Por cuánto se multiplicó al número de la figura 3 para obtener la figura 4?

4. Representa en una semirrecta (rayo) las operaciones siguientes.

- 2×7
- 3×5
- 7×3
- 9×6

Entendemos por...

Transformación a la modificación, alteración o cambio en la forma de una expresión, pero manteniendo su identidad o valor original. Podemos tener transformaciones numéricas o geométricas. Así por ejemplo, la multiplicación $\times 9$ transformaría a 3 en 27 porque $3 \times 9 = 27$.

Diversión matemática

Luisa quiere preparar un pastel y de cada paquete de ingredientes, debe tomar las cantidades siguientes:

$\frac{6}{8}$ de un paquete de harina de 1 000 gramos, $\frac{2}{5}$ de

un paquete de 750 gramos de azúcar y $\frac{3}{4}$ barra de mantequilla de 200 gramos.

Ayúdala a Luisa a calcular la cantidad de gramos de cada ingrediente, que necesita para preparar el pastel.



Día a día Campesina colombiana

La mujer campesina se despierta muy temprano a orar a Dios, por sus hijos, su marido y su cosecha. Un día, le preguntaron a un campesino, qué hacía su mujer y este respondió que nada, simplemente estar en la casa.



Pero él no se da cuenta que esta mujer cocina para la familia y los trabajadores, lava, plancha, cuida a los animales, recoge la cosecha, cría animales, seca y lava café, fique, cacao, procesa la leche, trabaja en la molienda de caña y el desgrane de maíz, pero no percibe ingresos. Es jornalera en flores, tabaco, cebolla, cestería, esteras, costales, artesanías, cerámica, tejidos pero se le paga menos que al hombre y en muchas ocasiones, la remuneración va directamente al varón. Si alguna es experta en el manejo de las fracciones es la mujer campesina, pues sabe repartir su tiempo en las múltiples actividades y cumplir con todas.

Texto: <http://www.worldpulse.com/node/14226>

Tema 6. Realizo transformaciones con operadores de la forma $x \frac{1}{b}$



Indagación

Copia en tu cuaderno la actividad siguiente y completa los espacios.

1. Observa los recuadros siguientes y analiza y completa las transformaciones que se van realizando al cuadrado de 10×10 .

El recuadro representa la unidad (U) que consta de 100 cuadrículas, dispuestas en 10 cuadrículas por cada lado.

Unidad (U)

El recuadro a) representa la **mitad** de la unidad, esto es, **50** cuadrículas.

Media unidad

o $\frac{1}{2} U$

El recuadro b) representa la _____

Parte de la unidad y consta de _____ cuadrículas.

o

El recuadro c) representa la _____

parte de la unidad y consta de _____ cuadrículas.

Un décimo de unidad

o

El recuadro d) representa la _____

Parte de la unidad y consta de _____ cuadrículas.

o

El recuadro e) representa la _____

Parte de la unidad y consta de _____ cuadrículas.

o



Conceptualización

Completa los espacios indicando la operación aplicada, con relación a la unidad (U) de la Fig. 1

En la Fig.1 hay _____ caritas.

En la Fig.2 hay _____ caritas.

En la Fig.3 hay _____ caritas.



Figura 1

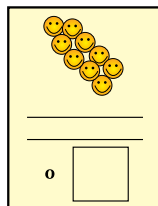


Figura 2

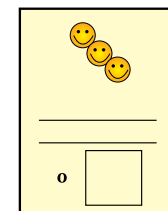


Figura 3

De la Fig.1 a la Fig. 2 se _____ la cantidad de caritas. (¿Disminuyó o aumentó?).
 Cuando una cantidad se disminuye, por ejemplo, de 18 a 9, como en el paso de la Fig.1 a la Fig. 2, se ha dividido entre 2, es decir a 18 se le aplicó la operación $\frac{1}{2}x$,

$$\text{esto es: } \frac{1}{2} \text{ de } 18 = \frac{1}{2} \times 18 = \frac{18}{2} = 18 \div 2 = 9$$

De la Fig.2 a la Fig. 3 se _____ la cantidad de caritas. (¿Disminuyó o aumentó?).

Aquí la operación es $\frac{1}{3} \times 9$ porque $\frac{1}{3} \times 9 = \frac{1}{3} \times \frac{9}{1} = \frac{9}{3} = 3$. Porque $\frac{1}{3}$ significa “la tercera parte de”.

La fracción como operación $\frac{1}{b}$ reduce la unidad de una magnitud: a la mitad, a la tercera parte, a la cuarta parte, etc., según el denominador de la fracción.



Aplicación

Resuelve en tu cuaderno y compara tu trabajo con el de algunos compañeros(as):

- En un salón comunitario hay 80 personas. ¿Cuántas personas son hombres, si se sabe que son la cuarta parte del total? ¿Cuál es la fracción como operación? Explica cómo resolviste el problema.
- La extensión de una finca se puede medir en hectáreas también. Un granjero tiene una finca de 750 hectáreas, de las cuales ha destinado la tercera parte para la cría de ganado.
 - ¿Cuántas hectáreas están destinadas para la cría de ganado?
 - ¿A qué fracción de la extensión de la finca corresponde la de la cría de ganado?
- Multiplica 432 por $\frac{1}{3}$. ¿El resultado es mayor, menor o igual a 432? ¿Por qué?
- Observa las figuras 1 y 2.

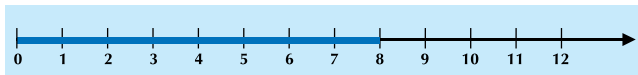


Figura 1

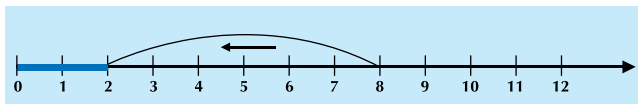


Figura 2

- ¿Qué número representa la barra azul de la figura 1?
- ¿Por cuál fracción multiplicó el número de la barra azul de la figura 1 para obtener como resultado el valor representado en la barra azul de la figura 2?

Representa el resultado del producto correspondiente.

- $20 \times \frac{1}{10}$
- $30 \times \frac{1}{5}$
- $28 \times \frac{1}{7}$

Diversión matemática

¿Cuántos quintos de litro de jugo de naranja hay en $2 \frac{1}{2}$ litros?



Día a día

Parques Nacionales Naturales de Colombia

El 9 de noviembre se celebra el día de los Parques Nacionales, ya que ese día en 1960 se declaró el Parque Natural Cueva de Los Guácharos, localizado al sur del Huila y tiene una extensión de 9.000 Hectáreas.

En él vive el guácharo, ave que emplea un sistema semejante al radar para circular dentro de cuevas y cavidades. En 1980 la UNESCO lo declaró reserva de la Biosfera.

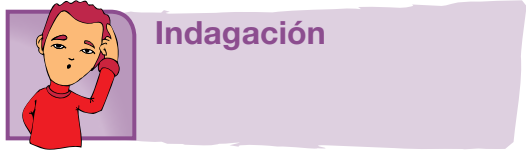


El Parque Nacional Natural Chiribiquete, localizado entre Guaviare y Caquetá, es el más grande de Colombia con una extensión de 1,280,000 hectáreas. El más pequeño es el Parque Nacional Natural Santuario de Flora Isla de la Corota, ubicado en la Laguna de La Cocha en Nariño, con un área de 16 Ha, aproximadamente.

La extensión del Parque Natural Cueva de Los Guácharos es $\frac{1}{142}$ de la extensión del Parque Nacional Natural Chiribiquete y el Parque Nacional Natural Santuario de Flora Isla de la Corota es $\frac{1}{562}$ del Parque Natural Cueva de Los Guácharos.

Informe: <http://www.colombia.travel/es/turista-internacional/actividad/naturaleza/parques-naturales/parques-naturales-de-la-region-andina/parque-natural-cueva-de-los-guacharos>

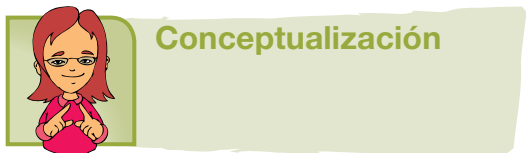
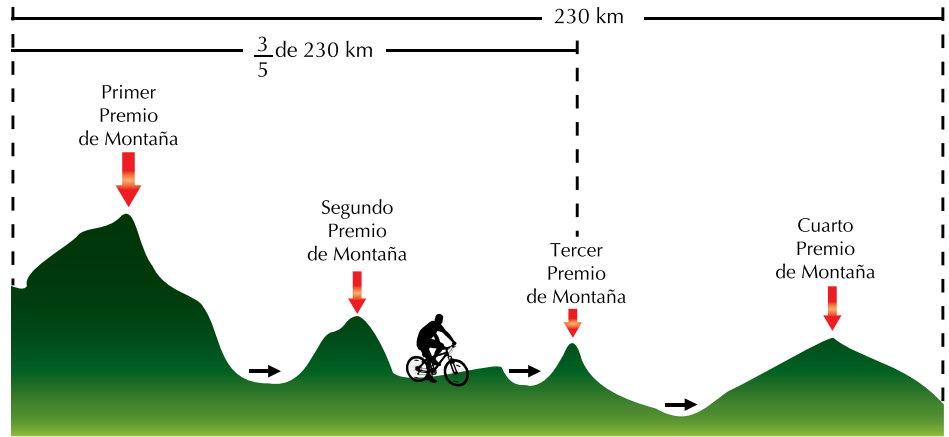
Tema 7. Realizo transformaciones con operadores de la forma $\frac{a}{b} x$



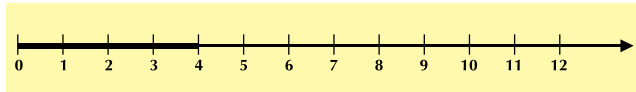
La gráfica muestra la novena etapa de la vuelta a Colombia 2010, que hizo la ruta Bogotá-La Vega-Honda-Mariquita-Líbano, con un recorrido de 230 kilómetros.

¿Cuántos quintos tiene todo el recorrido?

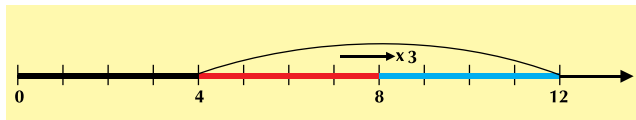
¿Cuántos kilómetros le falta por recorrer al ciclista desde el tercer premio de montaña situado a $\frac{3}{5}$ del total?



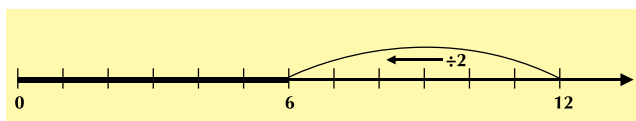
$\frac{3}{2}$ corresponde a la combinación de dos operaciones:



La multiplicación por 3.



Y la división entre 2.



Al multiplicar por 3 una magnitud se triplica y al dividir una magnitud entre 2 reduce a la mitad.

Ejemplo: $\frac{3}{2} \times 4$

Primero $4 \times 3 = 12$

Segundo el resultado lo dividimos entre 2.

$12 \div 2 = 6$



Aplicación

Analiza las dos situaciones primeras que encuentras a continuación y después, en tu cuaderno, resuelve las que siguen explicando tu procedimiento y finalmente compara los resultados con tus compañeros.

- Hubo 550 estudiantes un año y el siguiente año 462. ¿En cuánto por ciento disminuyó el número de estudiantes?
- El precio de un repuesto para la motobomba fue \$23,500 y ahora cuesta \$23,970. ¿Cuánto por ciento subió el precio?
- En un grupo de 24 estudiantes del grado sexto, el profesor de inglés informa que los $\frac{3}{4}$ del número de estudiantes ha aprobado la previa. ¿Cuántos estudiantes aprobaron la previa? Para resolver el problema responde:
 - ¿Cuántos estudiantes tiene una cuarta parte del grupo? ¿Por qué?
 - ¿Cuántos estudiantes hay en las tres cuartas partes del grupo? ¿Por qué?
- Felipe tenía \$85,000 en su cuenta de ahorros y sacó los $\frac{4}{5}$ del dinero para comprar repuestos para la bicicleta. ¿Cuánto dinero sacó Felipe?
- Observa las figuras 1, 2 y 3 las cuales representan una cantidad y la aplicación de dos operadores y responde:

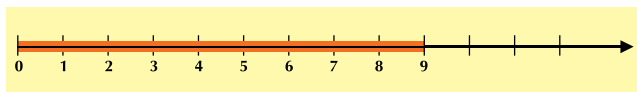


Figura 1

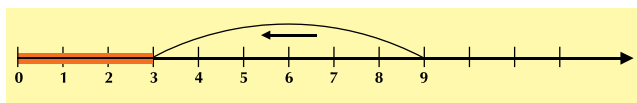


Figura 2

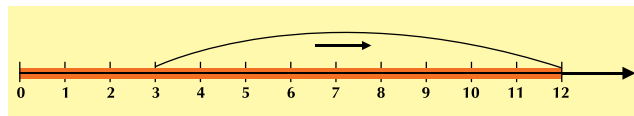


Figura 3

- ¿Qué número se representa en la figura 1?
- ¿Qué fracción se le aplicó al número de la figura 1 para obtener el valor representado en la figura 2?
- ¿Qué fracción se le aplicó al número de la figura 2 para obtener el valor representado en la figura 3?
- Teniendo en cuenta los literales b y c ¿Qué fracción se le aplicó al número de la figura 1 para obtener el valor representado en la figura 3?

Representa en la recta numérica la aplicación de los siguientes fracciones al número dado e indica su resultado.

6. $25 \times \frac{4}{5}$

7. $1,210 \times \frac{3}{11}$

8. $27 \times \frac{2}{3}$

9. $240 \times \frac{2}{5}$

10. $320 \times \frac{7}{4}$

Entendemos por...

Incremento El aumento experimentado por una magnitud. Ejemplo: El precio de la gasolina tuvo un incremento de \$200 por galón. Significa que el galón de gasolina subió \$200 sobre el precio que tenía.

Decremento la disminución de una magnitud. Ejemplo: Si el curso fue iniciado con 25 estudiantes y 6 meses después solo están en el curso 20, se dice que el decremento fue de 5 estudiantes.

Diversión matemática

Diálogo racional

Un agricultor dice:

- Las heladas me estropearon $3/10$ de la cosecha, la sequía me hizo perder otros $3/10$ y luego, una vez recogida, la inundación me ha estropeado $4/10$ de lo que tenía en el almacén.

Por lo tanto $(3/10 + 3/10 + 4/10 = 10/10)$, no me queda nada.

Un amigo le contesta: No exageres, has salvado casi la cuarta parte de la cosecha.

Discute con algunos compañeros(as), cuál de los dos tiene razón. Justifica la respuesta.

Texto: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/maticas/materiales/1eso/unidad6.pdf>



Día a día

Rama de las Ciencias Naturales

La ornitología es el estudio formal de las aves.

En las universidades se considera una de las ciencias Naturales, se estudia como una rama de la zoología y en algunas es un programa de especialización.

Todas las otras formas de apreciar a las aves en el zoológico, los pajareros, la avicultura, etc. se guían por la ornitología.

Algunos zoológicos del mundo han apartado hasta $\frac{2}{9}$ de su extensión para el mantenimiento de las aves.

Tomado de: <http://www.google.com.co/imgres?imgurl=http://www.anipedia.net/images/pajaros-fondos-escritorio>



Este capítulo fue clave porque

- Me enseñó la importancia de las transformaciones numéricas.
- Pude comprender los significados de las fracciones.
- Aclaré las dudas que tenía desde años anteriores sobre la representación de los números fraccionarios.
- Reconocí cómo los fraccionarios están incluidos en muchas actividades del hogar. Los fraccionarios, más ampliamente los Racionales, están en muchas actividades de nuestra vida diaria, como por ejemplo en las recetas de cocina, en nuestras charlas con los amigos, por ejemplo en fútbol cuando decimos hubo un disparo del balón desde media cancha, etc.

Conectémonos con la Biología

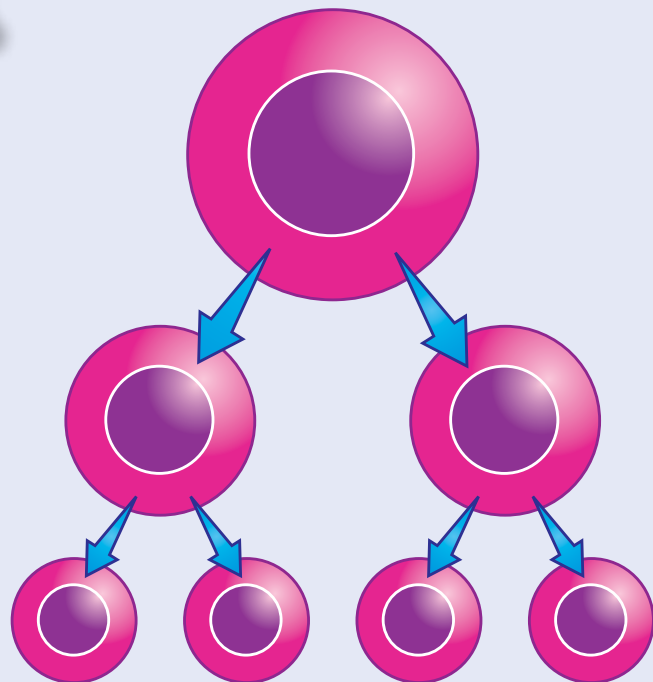


La división celular

Las bacterias son organismos unicelulares y microscópicos, que carecen de núcleo diferenciado y se reproducen por división celular sencilla.

Cuando las bacterias y otras células alcanzan un tamaño y un metabolismo crítico, se dividen y forman dos células hijas idénticas; cada una de éstas recibe aproximadamente la mitad de la masa celular de la célula original y comienzan a crecer. Si una bacteria se divide en 2 cada 5 minutos, ¿Cuántas bacterias existirán al cabo de $\frac{1}{2}$ hora (30 minutos)?

Observa el diagrama adjunto y realiza en tu cuaderno el diagrama completo, correspondiente a la situación de la bacteria.



Repasemos lo visto



El caso de Toñito expuesto al comienzo de la unidad, nos hace reflexionar sobre la importancia y utilidad de los números en la vida de todas las personas.

Contar, numéricamente, es una actividad de presencia continua en el diario vivir del hombre.

Su edad, su estatura, su talla en el vestir, los días trabajados, el dinero ganado y gastado, el tamaño de la vivienda, el número de camas de hogar, la probabilidad de ganarse una rifa, el número de miembros de la familia, los días de clase, el número de estudiantes del curso, son apenas una pequeña muestra del uso que cualquier persona debe hacer del conteo y la agrupación.

Las matemáticas surgieron como una necesidad del hombre de contar sus pertenencias.

La aritmética es uno de los pilares de las matemáticas, que estudia los números, sus relaciones y sus operaciones.

A medida que el tiempo ha transcurrido, las matemáticas han evolucionado y sus aplicaciones han sido cada vez, más diversas. Apoyan el desarrollo del pensamiento, el crecimiento de la civilización y el progreso de otras ciencias para la resolución de problemas.

No olvidemos que:

- Un sistema de numeración es una manera de expresar números y solamente requiere de una serie de símbolos y algunas reglas para combinarlos.
- Los sistemas numéricos más antiguos son el Egipcio, Azteca, Romano, Babilónico y Maya.
- El Sistema decimal se basa en 10 símbolos llamados dígitos que son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
- El valor que tiene una cifra tiene, según su posición en un número, se llama valor posicional o relativo.
- En la fracción como partes de la unidad, el todo se toma como unidad.
- La fracción como cociente es una repartición o división.
- En la fracción como operador se multiplica por el numerador y se divide.
- En la fracción como razón y proporción se comparan dos cantidades de una misma magnitud.
- En la fracción como porcentaje se establece una relación de proporcionalidad entre un número y 100, denominado tanto por ciento, un número y mil llamado tanto por mil o un número y uno conocido como tanto por uno.

Mundo rural

El tractor agrícola más grande del mundo

El verdadero rey de los tractores agrícolas está en Estados Unidos.

Es el Big Bud 16V-747, y actualmente trabaja para los hermanos Williams, unos granjeros de Montana (EU) que lo emplean para el arado de su gigantesca explotación agraria.

El Big Bud 16V-747 mide 8.69 metros de largo.

Hasta los enganches de accesorios, 4.27 metros de alto y 6.35 metros de ancho, contando las impresionantes ruedas duales.

No es que sea muy largo, pero tiene que impresionar ver la anchura de un aparato que ocuparía por sí solo casi dos carriles de autopista.

Sólo las ruedas miden casi 2.5 metros de altura, y fueron construidas especialmente para Big Bud por la United Tire Company of Canada. En realidad el tractor también es un ejemplar único, pues fue un encargo especial construido para los hermanos Rossi de Montana, que tenían una granja de algodón y necesitaban algo muy grande para el arado profundo de grandes superficies.

El Big Bud 16V-747 fue producido en 1977 por la Northern Manufacturing Company.

Tras 11 años, Big Bud fue vendido a Willowbrooks Farms, una compañía agrícola de Florida que lo empleó nuevamente para arado profundo. En 1997 volvió a Montana, cuando fue comprado por los citados hermanos Williams, que trabajan a escasos kilómetros de su lugar de fabricación.

El motor que mueve al rey de los tractores es un Detroit Diesel de 16 cilindros en V y dos tiempos. Tiene 24.1 litros de cilindrada y está sobrealimentado por 4 turbocompresores. De fábrica entregaba 730 CV, pero los hermanos Williams han conseguido 900 CV a 1,900 rpm (revoluciones por minuto) gracias a unas cuantas modificaciones.

La velocidad máxima de arado es de 13 km/h, con un arado de casi 30 metros colgado de su parte trasera.

Un acre son 4,048.5 m². Lleva un tanque de gasóleo de 1,000 galones, casi 4,000 litros de petróleo y un peso propio de 50 toneladas.



Texto : <http://www.diariomotor.com/2010/05/04/big-bud-16v-747-el-tractor-agricola>

Dato curioso



Cuatro cifras astronómicas

¿Sabías que ...

- El peso estimado de la Tierra es de 6,000,000,000,000,000,000,000,000 de kilos?
- El Sol pesa 2,000,000,000,000,000,000,000,000,000 de kilos?
- Una persona de 70 kilos pesaría sobre la superficie solar 1,400,000,000,000,000,000 de toneladas?
- En todo el mundo, se pueden ver a simple vista cada noche, 100,000,000 millones de estrellas?

Información del planeta Tierra

Diámetro: 12,756 Km

Órbita: 149,600,000 Km

Año: 365 días

Días: 24 horas

Temperatura: 20 Grados Centígrados

Las cifras astronómicas son muy incómodas de manejar, por eso es mejor expresarlas en potencias de 10, que es como se utilizan en los cálculos científicos.

http://www.todogeologia.com/biblioteca/kb_show.php?id=21

Tomado de: <http://www.elmundo.es/elmundo/2011/01/26/ciencia/1296047282.html>

¿En qué vamos?



Reflexiono y trabajo con mis compañeros

Resuelve cada ejercicio en tu cuaderno y revisa tus repuestas con algunos compañeros.

Dibuja las figuras siguientes:



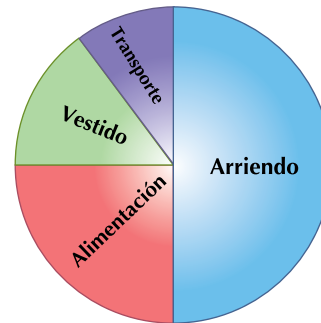
- Ordénalas de maneras diferentes, dibújalas tantas veces como sea posible. Cuenta figuras y concluye:
- De cada forma fueron necesarias _____ figuras.
- Con 3 figuras diferentes, puedes hacer _____ arreglos y utilizas un total de _____ figuras.
- En los nombres AMALIA Y EMILIO existe una curiosidad. Si les quitas las vocales, te queda un número romano. ¿Cuál número será?
- Escribe el año de tu nacimiento, en numeración romana.
- Escribe en numeración romana el año actual.
- Escribe el nombre de la posición decimal de cada dígito del número 9'736,825.
- Inventa un sistema de numeración con símbolos de tu imaginación y equivalencias en el sistema decimal, que funcione de acuerdo a principios y reglas que establezcas.
- Dados los números: 7, 84, 32, 0, 34, 50, 27, 49, 15, 8, organízalos de menor a mayor.

10. Completa el cuadrado mágico, de constante mágica 15

	3	8	→ = 15
9	5		
2		6	↓ = 15
			↘ = 15

11. Observa la siguiente gráfica correspondiente a la distribución de gastos de una familia y escribe frente a cada porcentaje el concepto para el que fue destinado.

- 15% _____
- 25% _____
- 50% _____
- 10% _____



12. Escribe el signo = , < ó > entre cada pareja de Racionales.

- $\frac{1}{2} \square \frac{3}{6}$
- $\frac{2}{7} \square \frac{3}{9}$
- $\frac{10}{4} \square \frac{15}{6}$
- $\frac{3}{5} \square \frac{9}{15}$
- $\frac{3}{8} \square -\frac{3}{8}$
- $-\frac{9}{5} \square \frac{9}{15}$

Le cuento a mi profesor

Conversa con tu profesor sobre cuánto aprendiste en esta unidad.

Qué sé hacer	Superior	Alto	Básico	Bajo
Aplico los criterios de divisibilidad para hallar múltiplos y divisores de un número natural.	Aplico todos los criterios de divisibilidad posibles para hallar los múltiplos y los divisores de números naturales.	Aplico criterios de divisibilidad para hallar algunos múltiplos y divisores de un número natural.	Aplico algunos criterios de divisibilidad para hallar múltiplos y divisores de un número natural.	No aplico los criterios de divisibilidad para hallar múltiplos y divisores de un número natural.
Aplico las operaciones con los números Naturales en distintas situaciones de la vida diaria.	Aplico todas las operaciones con los números Naturales en las distintas situaciones de la vida diaria.	Aplico algunas operaciones con los números Naturales en las distintas situaciones de la vida diaria.	Aplico algunas operaciones con los números Naturales en algunas situaciones de la vida diaria.	No aplico las operaciones con los números Naturales en las distintas situaciones de la vida diaria.
Expreso en base 2 o sistema binario números escritos en numeración decimal y viceversa.	Dados números en base 2, los expreso en base 10 y dados números en el sistema decimal, los expreso en sistema binario.	Expreso algunos números del sistema decimal en el sistema binario, y números escritos en el sistema binario los expreso en el sistema decimal.	Expreso algunos números del sistema decimal en el sistema binario, y algunos números escritos en el sistema binario los expreso en el sistema decimal.	Se me dificulta expresar muchos números del sistema decimal en sistema binario y del sistema binario en sistema decimal.

Participo y aprendo

Lee el enunciado y señala con una x la categoría correspondiente, según lo que has aprendido.

Participo y aprendo	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca	¿Qué debo hacer para mejorar?
Participo en clase formulando o respondiendo preguntas.					
Participo activamente en los grupos de trabajo.					
Comparto mis saberes y dudas con mis compañeros.					
Fomento la disciplina dentro del grupo.					
Permito la libre discusión.					
Propongo problemas o actividades para resolver en clase.					
Repaso en casa lo suficiente sobre lo aprendido en el colegio.					

Proporcionalidad

Resolvamos

Te has preguntado:

¿Qué relaciones existen entre las dimensiones de las partes del cuerpo humano?

Desde que se conoce la existencia del ser humano se ha tenido noticia de las diversas manifestaciones artísticas que dan cuenta de su historia.

La proporcionalidad está en lo bello, en lo preciso, en las cosas dignas de admirar.

Particularmente, la naturaleza nos ofrece modelos que nos muestran proporcionalidad.

Las relaciones entre las partes existen con significado matemático.

Las leyes que se cumplen en todo cuanto es proporcional y es la geometría uno de los campos en donde se encuentran las pautas para realizar las construcciones proporcionales.

Un ejemplo de renombre histórico es el dibujo llamado “El hombre de Vitruvio”, realizado hacia 1492 por el italiano Leonardo da Vinci

El cuadro del Hombre de Vituvrio es un estudio de las proporciones del cuerpo humano, realizado a partir de los textos del arquitecto romano Vitruvio titulados -Vitruvii De Architectura-, y del que el dibujo toma su nombre.

Algunas de las notas de Leonardo da Vinci que acompañan el dibujo determinan las proporciones del cuerpo humano de acuerdo con el texto antiguo de Vitruvio:



- Una palma es la anchura de cuatro dedos.
- Un pie es la anchura de cuatro palmas.
- Un antebrazo es la anchura de seis palmas.
- La altura de un hombre son cuatro antebrazos (24 palmas).
- La longitud de los brazos extendidos de un hombre es igual a su altura.
- La altura de la cabeza hasta el final de las costillas es un cuarto de la altura de un hombre.
- La anchura máxima de los hombros es un cuarto de la altura de un hombre. El ombligo es el punto central natural del cuerpo humano.

Referentes de calidad	Capítulos
Estándares	1. Proporciones directas
Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.	
Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.	
Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.	
Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).	



Proporciones Directas

Observando la perfección e integración de la naturaleza, las personas de la antigüedad, adquirieron conocimientos que aplicaron en sus construcciones y en los descubrimientos en las diferentes ciencias.

Hoy en día vemos las proporciones en los diseños arquitectónicos, en la solución de los diferentes problemas de ingeniería y en la vida cotidiana, entre muchos otros campos.

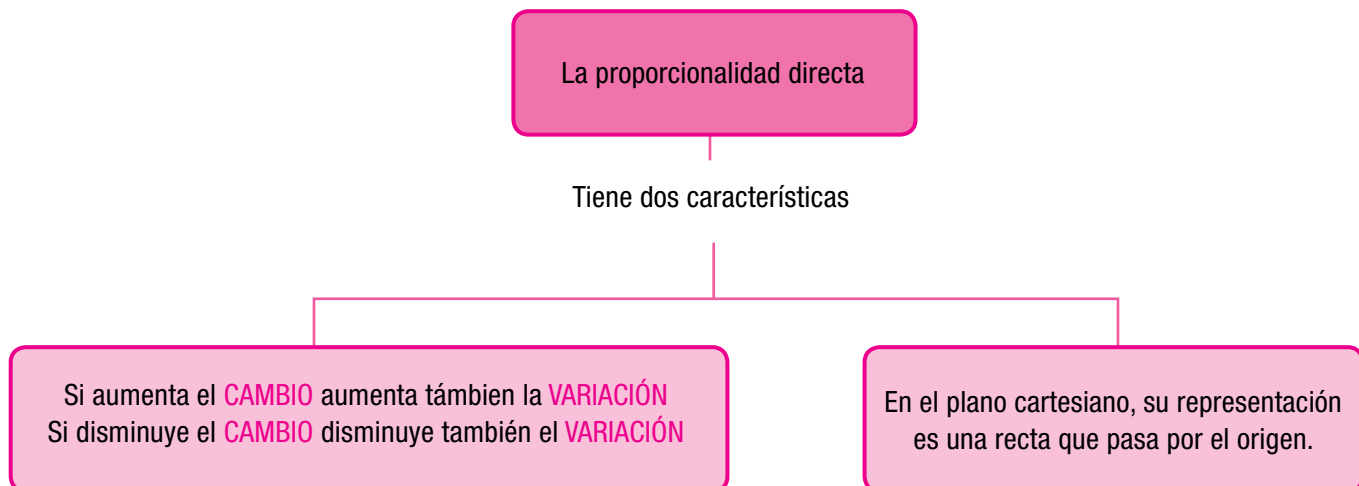
Ya se ha estudiado lo que es una razón, ahora es necesario apoyarse en ella para comprender lo que

es una proporción y ver su utilidad en la solución práctica de problemas que tienen que ver con situaciones cotidianas, como transacciones comerciales, monetarias u otras situaciones de cambio.

Por ejemplo:

Si el precio de 2 lapiceros equivale a \$5,000, entonces 4 lapiceros cuestan \$10,000; 6 lapiceros cuestan \$15,000, 8 lapiceros cuestan \$20,000, y así sucesivamente.

Como el ejemplo anterior hay muchísimos, comenta otros ejemplos similares, con tus compañeros.



Tema 1. Cambio y variación directa



Indagación

Manuel quiere tener un criadero de codornices ponedoras. Investigando todo lo relacionado con este proyecto, encontró una información en internet, sobre la alimentación para codornices mayores de 4 semanas de edad, que le interesó muchísimo. La información encontrada por Manuel dice:

Dosificación

Suministre **Codornices postura** a voluntad, garantizando un consumo de 25 gramos diarios por ave.

La cantidad de alimento que ingiera el ave, depende del clima y del tipo de alojamiento.

La cantidad de alimento debe ser real y no producto del desperdicio de éste, situación relativamente común en codornices sin despicar.

Pensando sobre el número de aves y la cantidad de alimento diario que debería darles, resolvió Manuel elaborar la tabla 1:



Número de codornices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	50	100	200	500	1000
Cantidad diaria, en gramos	25	50																	

Tabla 1

Cópiala en tu cuaderno y realiza los cálculos que debió hacer Manuel.

Compara los dos valores de cada columna de la tabla y saca alguna conclusión.

Comenta con unos compañeros tus resultados y discute con ellos sobre los interrogantes siguientes:

1. ¿Qué pasa con el alimento a medida que el número de codornices aumenta?
2. Como un kilogramo tiene 1,000 gramos, ¿Cuántos kg diarios de alimento de soya se comerán 1,000 codornices?
3. ¿Cuántos kg diarios de alimento de soya se comerán 100 codornices?
4. ¿Cuántos kg diarios de alimento de soya se comerán 10 codornices?
5. Escribe alguna conclusión sobre las codornices y su consumo diario de alimento.



Conceptualización

En las actividades propias de las personas, en las ciencias y en las matemáticas encontramos fenómenos de cambio y variación que deben ser observados y analizados.

Veamos Ahora, tres situaciones:

1ª situación.

Un tendero se da cuenta de que un paquete de 16 pastillas de chocolate pesa 500 gramos. El tendero se pregunta:

¿Cuánto pesarán 16, 8, 4, 2, 32, 64 pastillas de chocolate?

Él observa cómo va **cambiando** el número de pastillas de chocolate y cómo va **variando** el peso.

Verifica en la tabla 2:

Nº pastillas	Peso gramos
16	500
8	250
4	125
2	62.5
32	1,000
64	2,000

Tabla 2



El tendero revisó la tabla varias veces y al descubrir algo, exclamó:

¡Cuando el número de pastillas bajó a la mitad, el peso también bajó a la mitad!

¡Cuando el número de pastillas subió al doble, el peso también subió al doble!

2ª situación

La ilustración 1, muestra el desplazamiento de un hombre por un camino.



Ilustración 1

Cada vez que el hombre avanza en su desplazamiento, recorre una distancia, en tanto que va transcurriendo tiempo. Se han mencionado dos magnitudes: distancia y tiempo.

Mientras más camine, más tiempo pasa.

3ª situación

La ilustración 2 muestra una secuencia de cuadrados, que va aumentando de acuerdo al tamaño del lado.

Así: el primer cuadrado tiene 1 cm de lado,
 el segundo cuadrado tiene 2 cm,
 el tercer cuadrado tiene 3 cm y
 el cuarto cuadrado tiene 4 cm

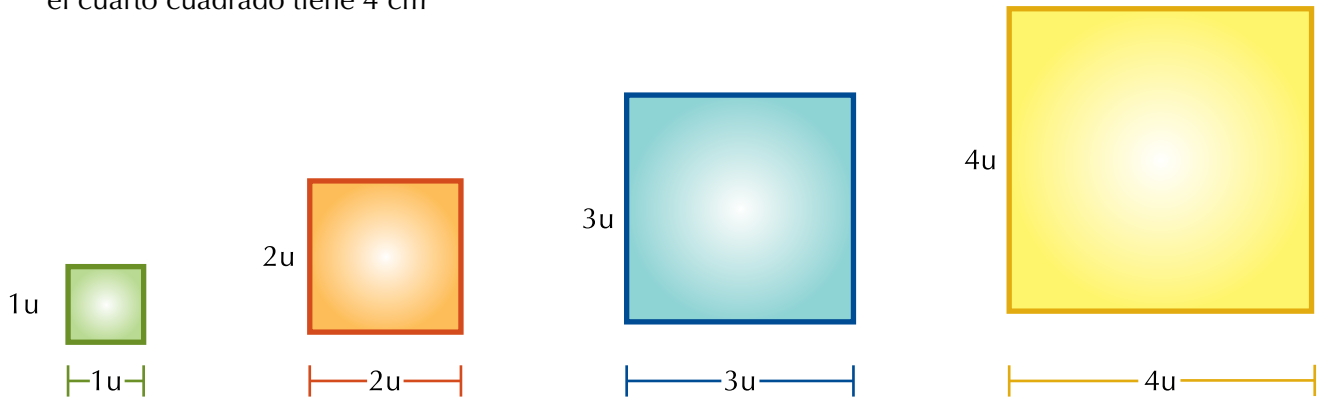


Ilustración 2

Recordemos que perímetro de una figura es la longitud de su contorno, es decir, la suma de las longitudes de sus lados. Ver unidad 2 Geometría.

Llamamos P1 al perímetro del cuadrado 1, esto es:

$$\begin{aligned} P_1 &= 1\text{ cm} + 1\text{ cm} + 1\text{ cm} + 1\text{ cm} = 4 \times 1\text{ cm} = 4\text{ cm} \\ P_2 &= 2\text{ cm} + 2\text{ cm} + 2\text{ cm} + 2\text{ cm} = 4 \times 2\text{ cm} = 8\text{ cm} \\ P_3 &= 3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm} = 4 \times 3\text{ cm} = 12\text{ cm} \\ P_4 &= 4\text{ cm} + 4\text{ cm} + 4\text{ cm} + 4\text{ cm} = 4 \times 4\text{ cm} = 16\text{ cm} \end{aligned}$$

La tabla 3 muestra la relación entre la longitud de los lados y el perímetro correspondiente:

Longitud del lado (cm)	1	2	3	4
Perímetro (cm)	4	8	12	16

Tabla 3

La representación de la información correspondiente a la tabla 3, se muestra en el gráfico 1.

En tu cuaderno copia y completa los enunciados referentes al gráfico 1

Cuando el lado del cuadrado es _____, entonces,
 se representa en la gráfica con el punto _____.

Así:

Cuando el lado es 1, el perímetro es 4, entonces, se representa en la gráfica con el punto (1,4).

Cuando el lado es 2, el perímetro es 8, entonces, se representa en la gráfica con el punto (2,8).

Cuando el lado es 3, el perímetro es 12, entonces, se representa en la gráfica con el punto (3,12).

Y cuando el lado es 4, el perímetro es 16, entonces, se representa en la gráfica con el punto (4,16).

Si la longitud del lado de un cuadrado aumenta, entonces, el perímetro también aumenta.

Es decir, que si la longitud del lado del cuadrado cambia, entonces, el perímetro también varía.

Si la longitud del lado de un cuadrado fuera 10 unidades (u), entonces, el perímetro sería

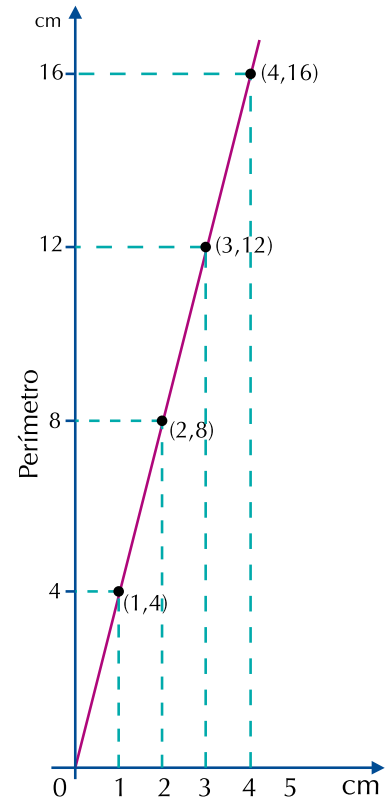


Gráfico 1

$$P_{10} = 10u + 10u + 10u + 10u = 4 \times 10 u = 40u.$$

Si la longitud del lado de un cuadrado es 20u entonces el perímetro es

$$P_{20} = 20u + 20u + 20u + 20u = 4 \times 20u = 80u.$$

Por lo tanto el valor del perímetro de un cuadrado depende de la longitud del lado.

Si determinamos la razón entre la longitud de cada longitud de lado del cuadrado y su respectivo perímetro, se obtienen cocientes constantes:

$$\frac{1}{4} = 0.25 \quad \frac{2}{8} = 0.25 \quad \frac{3}{12} = 0.25 \quad \frac{4}{16} = 0.25$$

El denominador de cada fracción se puede expresar como un producto.

En conclusión: Si se **cambia** la longitud del lado de un cuadrado, el perímetro del mismo cuadrado **cambia** 4 veces el valor de la longitud del lado.

Por ejemplo

Un cuadrado cuyo lado mide 5 cm tiene un perímetro de 20 cm, porque $4 \times 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

Un cuadrado cuyo lado mide 10 cm tiene un perímetro de 40 cm, porque $4 \times 10 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

$\frac{\text{Longitud del lado}}{\text{Perímetro}}$	→	$\frac{1}{4} = \frac{1}{4 \times 1} ; \frac{1}{8} = \frac{2}{4 \times 2} ; \frac{1}{12} = \frac{3}{4 \times 3} ; \frac{1}{16} = \frac{4}{4 \times 4}$
---	---	---

Consideremos, ahora, la situación para las áreas de los cuadrados. Recordemos que el área del cuadrado es igual a lado por lado.

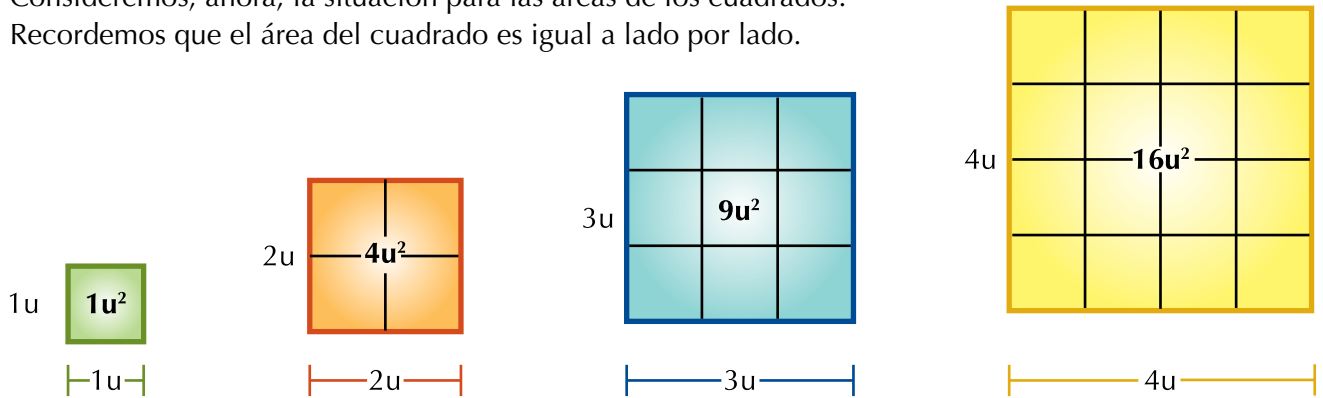


Ilustración 3

Observando la ilustración 3, en cuanto a las áreas de los cuadrados, tenemos el análisis siguiente:

Si A_1 es el área del cuadrado de lado 1 unidad ($1u$), entonces,

$$A_1 = 1u \times 1u = 1u^2$$

A_2 es el área del cuadrado de lado $2u$, entonces, $A_2 = 2u \times 2u = 4u^2$

A_3 es el área del cuadrado de lado $3u$, entonces, $A_3 = 3u \times 3u = 9u^2$

A_4 es el área del cuadrado de lado $4u$, entonces, $A_4 = 4u \times 4u = 16u^2$

La tabla 4 muestra la relación entre la longitud de los lados de cada cuadrado con su área:

Longitud del lado	1	2	3	4
Área	1	4	9	16

Tabla 4

La representación de la información de la tabla 4, se muestra en el gráfico 2

Si la longitud del lado de un cuadrado fuera $10u$, entonces, el área sería $A_{10} = 10u \times 10u = 100u^2$,

Si la longitud del lado de un cuadrado fuera $20u$, entonces, el área sería $A_{20} = 20u \times 20u = 400u^2$.

Si determinamos las razones ente el lado del cuadrado y su área, tenemos:

$$\frac{1}{1} = 1 ; \frac{2}{4} = 0.50 ; \frac{3}{9} = 0.333... ; \frac{4}{16} = 0.25 ; \frac{5}{25} = 0.2$$

Observemos que los cocientes resultantes son diferentes.

Los denominadores de las fracciones (las áreas) se pueden expresar como potencias de dos, cuya base es el lado del cuadrado.

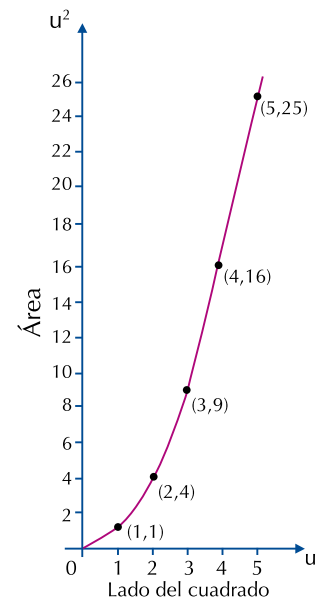


Gráfico 2

$\frac{\text{Longitud del lado del cuadrado}}{\text{Área del cuadrado}}$
--



$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1^2} ; \frac{2}{4} = \frac{2}{2^2} ; \frac{3}{9} = \frac{3}{3^2} ; \frac{4}{16} = \frac{4}{4^2} ; \frac{5}{25} = \frac{5}{5^2}$$

Si la longitud del lado de un cuadrado aumenta, el área también aumenta

Cuando dos magnitudes están relacionadas, puede ocurrir que al aumentar una, lo haga la otra y viceversa. En este caso decimos que las dos magnitudes están directamente correlacionadas.

Si un cuadrado mide $7u$ de lado, entonces, su área es de $49u^2$, porque $(7u)^2 = 49u^2$

Si un cuadrado mide $9u$ de lado, entonces, su área es de $81u^2$, porque $(9u)^2 = 81u^2$

Piensa y discute con algunos compañeros, qué ocurrirá si el lado del cuadrado disminuye.

La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro son magnitudes directamente proporcionales porque:

- Al aumentar la longitud del lado del cuadrado, aumenta el perímetro cuatro veces ese valor.
- Al disminuir la longitud del lado del cuadrado, disminuye el perímetro a la cuarta parte de veces ese valor.
- La razón o cociente entre ellas es constante y la gráfica es una línea recta que pasa por el origen.



(Recuerda que el cuadrado tiene sus 4 lados iguales)

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar una, aumenta también la otra; si al disminuir la primera, la segunda también disminuye y, además, tienen cociente constante.

En este caso se dice que existe proporcionalidad directa y la representación gráfica es una línea recta que pasa por el origen del plano cartesiano.

En la descripción de cada situación siguiente, se analiza la proporcionalidad directa.

1. El número de kilovatios-hora consumidos en una casa fue de 300; si el valor del consumo de esta cantidad de electricidad fue de \$36,000, ¿Cuál será el valor de consumo de electricidad por 120, 180, 230, 300, 450 y 520 kilovatios?



Una manera de analizar el problema es la siguiente:

Planteamiento:

Se forman las razones y se establecen las proporciones. Ensaya tu propia forma de hacerlo.

El valor desconocido, se representa en un recuadro rojo, así se obtiene la proporción:

$$\frac{\boxed{}}{36,000} = \frac{120}{300}$$

Multiplicando por 36,000 los dos miembros de la igualdad y simplificando, se tiene:

$$\frac{\boxed{}}{36,000} = \frac{120}{300}$$

$$\frac{\boxed{} \times 36,000}{36,000} = \frac{120 \times 36,000}{300}$$

$$\boxed{} = 40 \times 360$$

Realizando las operaciones,

$$\boxed{} = 14,400$$

Respuesta: Por 120 kilovatios-hora de consumo de electricidad se pagará \$14,400.

Se procede de igual forma con cada valor de kilovatios consumidos (180, 230, 300, 450 y 520) y se pasan los datos a la tabla 5, como sigue:

Consumo (kw-h)	Importe (\$)
120	14,400
180	21,600
230	27,600
300	36,000
450	54,000
520	62,400

Tabla 5

Simplificando cada razón y obteniendo el cociente respectivo, se tiene:

$$\frac{14,400}{120} = 120$$

$$\frac{21,600}{180} = 120$$

$$\frac{27,600}{230} = 120$$

$$\frac{36,000}{300} = 120$$

$$\frac{54,000}{450} = 120$$

$$\frac{62,400}{520} = 120$$

Fíjate que al simplificar o al realizar la división de cada razón propuesta, siempre el resultado es 120.

A este número le vamos a llamar **Constante de proporcionalidad k**.

Al analizar el problema, se observa que: “al aumentar el consumo de electricidad (kilovatio-hora), también aumentó el precio que se pagó por ese consumo”. Además, su cociente de proporcionalidad es constante (120).

Esto significa que las cantidades son directamente proporcionales y su constante de proporcionalidad es 120, que equivale al costo de 1 kw-h.

Observa que 120 es el factor por el cual se multiplica el número de kilovatios para obtener el valor del consumo.



Aplicación

Resuelve en tu cuaderno, cada ejercicio siguiente. Analízala con un compañero, completa los espacios, responde las preguntas y compara con otras parejas. Si tienes errores, por favor corrígelos.

- Alfonso, el mayordomo de la finca de don Gabriel, emplea 50 Kilogramos de alimento para suministrarle a 20 animales que tiene bajo su cuidado.



Se pregunta ¿cuántos Kilogramos necesitará Lucho, el mayordomo de la finca vecina, si él cuida 50 animales de los mismos?

¿Crees que Lucho empleará más kilogramos de alimento que Alfonso o menos?

Justifica tu respuesta y discútelo con algunos compañeros.

2. Un camión consume 25 litros de gasolina para recorrer 120 Km.

El conductor desea saber cuántos kilómetros recorrerá el mismo camión con 10 litros de gasolina.



¿Gastará más o menos de 25 litros? Justifica tu respuesta y discútelo con algunos compañeros.

3. Mateo le pregunta a Mirta, ¿Será cierto que “Cuantos más seamos, más cantidad de comida necesitamos”?



Justifica la respuesta que tú creas que le respondió Mirta a Mateo y compártela con algunos compañeros.

4. La tabla 6 muestra las distancias recorridas por un vehículo y los tiempos empleados.

Distancia (km)	75	50	37.5	25	7.5	5	1.25	1
Tiempo (min)	60	40	30	20	6	4	1	0.8

Tabla 6

Si divides el tiempo entre la distancia, obtienes la constante de proporcionalidad.

$$\frac{60}{75} = \square \quad \frac{20}{25} = \square \quad \frac{1}{1.25} = \square$$

$$\frac{40}{50} = \square \quad \frac{6}{7.5} = \square \quad \frac{0.8}{1} = \square$$

$$\frac{30}{37.5} = \square \quad \frac{4}{5} = \square$$

5. Comprueba que multiplicando cada distancia por la constante de proporcionalidad, te resultan los tiempos empleados. De acuerdo con tus compañeros de equipo, completa, en tu cuaderno:

a. $75 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

b. $50 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

c. $1 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

d. $1.25 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

e. $37.5 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

f. $7.5 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

g. $5 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

h. $1 \xrightarrow{\times 0.8} \square$

6. Discute con algunos compañeros(as) las respuestas a las cuestiones siguientes:
- Si dos o más magnitudes son directamente proporcionales, ¿cuál es la constante de proporcionalidad en ellas?
 - Menciona dos situaciones de la vida diaria, que presenten una variación directamente proporcional.
7. Un boletín de salud dental reporta que en Latinoamérica, de cada 10 personas, 6 padecen caries.

En poblaciones de 2,000; 5,000; 20,000; 100,000; 300,000 y 1 millón de habitantes, ¿cuántas de ellas están afectadas de caries?

Observa la solución de la primera parte y con base en ella soluciona las otras partes.

Solución

Calculamos la constante de proporcionalidad: $\frac{6}{10}$
 Veamos: Cada población multiplicada por la constante de proporcionalidad te resulta el número de personas afectadas con caries, $2,000 \times \frac{6}{10} = 1,200$



Continúa, completando los espacios.

a. $5,000 \times \frac{6}{10} =$

c. $100,000 \times \frac{6}{10} =$

b. $20,000 \times \frac{6}{10} =$

d. $300,000 \times \frac{6}{10} =$

Pasa tus resultados a la tabla 7

Habitantes	Padecen caries
10	6
2,000	1,200
5,000	
20,000	
100,000	
300,000	
1'000,000	

Tabla 7

8. Compara por cociente (o división) la relación entre el número de personas con caries y el número de habitantes de cada población.

Esto es:

$$\frac{\text{Número de personas con caries}}{\text{Número de habitantes}}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Completa la conclusión siguiente:

La variación del número de personas con caries es _____ proporcional al total de habitantes y el valor de la constante de proporcionalidad es _____.

NOTA: Observa que algunas fracciones con las que generalmente trabajamos pueden simplificarse.

Así por ejemplo, la fracción $\frac{6}{10} = \frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5}$. Lo cual significa que 6 es a 10 como 3 es a 5.

9. Si una máquina embotelladora, envasa invariablemente (de manera constante, siempre igual) 360 refrescos en 4 horas, ¿cuántos refrescos deberá envasar en jornadas de 1 hora, 2 horas, 5 horas, 6 horas y 8 horas?

Organiza los datos completando la tabla 8 con las cantidades obtenidas.

Envasados			360			
Tiempo	1	2	4	5	6	8

Tabla 8



Compara por cociente la relación entre refrescos envasados y tiempo

$\frac{\text{Refrescos envasados}}{\text{Tiempo}}$	➔	$\frac{\square}{1} = \square$;	$\frac{\square}{2} = \square$;	$\frac{360}{4} = \square$;
		$\frac{\square}{5} = \square$;	$\frac{\square}{6} = \square$;	$\frac{\square}{8} = \square$

Puedes realizar los cálculos en la calculadora, si la tienes.

10. Un avión vuela con velocidad constante (siempre con la misma velocidad durante el recorrido), En la tercera hora de vuelo ha recorrido 1,200 km



Completa la tabla 9 en donde se ilustra la relación que existe entre la distancia recorrida en km y el tiempo en horas.

	1,200		2,000	
2	3	4		6

Tabla 9

$$\frac{400}{1} = \frac{\quad}{2}$$

$$\frac{1,200}{\quad} = \frac{\quad}{4}$$

$$\frac{\quad}{2} = \frac{2,000}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{5} = \frac{2,400}{\quad}$$

$$\frac{400}{1} = \frac{\square}{2}$$

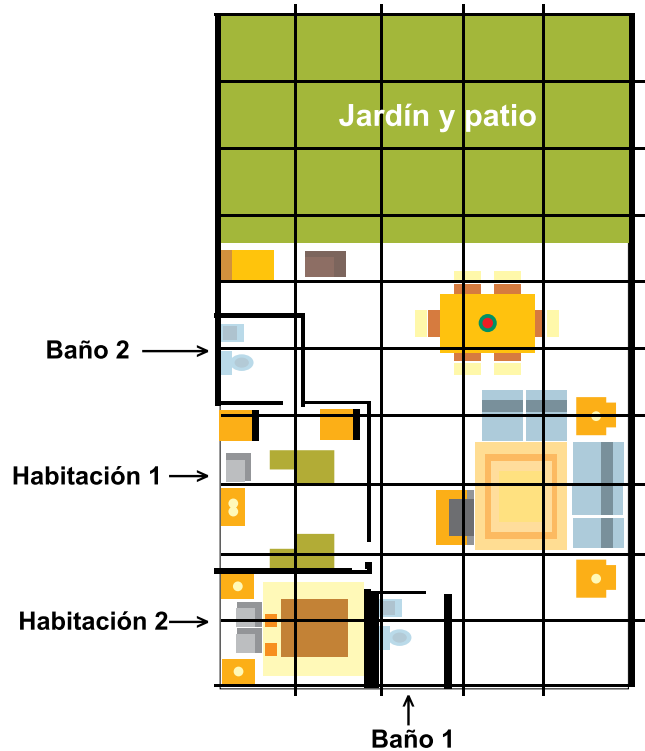
$$\frac{1,200}{\square} = \frac{\square}{4}$$

$$\frac{\square}{2} = \frac{2,000}{\square}$$

$$\frac{\square}{5} = \frac{2,400}{\square}$$

Calcula la constante de proporcionalidad del problema anterior $k = \underline{\hspace{2cm}}$ y di cómo deberá ser su gráfica.

11. El dibujo del lado derecho representa la distribución de las partes de una casa.



Completa la tabla 10 y halla la constante de proporcionalidad que te permite encontrar las medidas reales a partir de las medidas del dibujo y viceversa (las medidas del dibujo a partir de las medidas reales).

	Medidas reales (cm)	Medidas dibujo (cm)
Ancho de la casa	1,000	5
Largo de la casa		
Largo habitación 1		2.5
Ancho baño	200	
Largo del jardín y patio	700	
Largo baño 2		1.3
Ancho habitación 2	380	

Tabla 10

12. Una lavandería automática, cobra el lavado de las prendas según las libras que pesen. Por lavar una cortina que pesa 5 libras, le facturaron a Guillermo \$16,000.

¿Cuánto deberá pagar si mandara a lavar cortinas que pesan:

- a. 4 libras
- b. 8 libras
- c. 10 libras
- d. Busca la constante de proporcionalidad.



13. La distancia de Bogotá a Tunja es 122 Km, marcada en el mapa con un segmento de recta que mide 6 cm.

- a. ¿Cuál será la distancia real entre dos ciudades que en este mismo mapa, están separadas 9 cm?
- b. Obtén la constante de proporcionalidad.



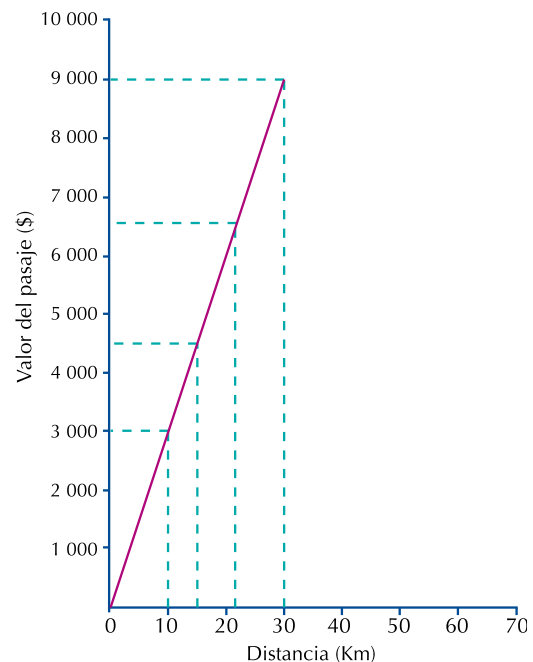
14. La tabla 11 relaciona la distancia recorrida y el valor del pasaje que una persona paga según los kilómetros que recorra. Analiza los datos de la tabla 11, contesta las preguntas y discute las respuestas con tus compañeros:

Distancia (km)	Valor del pasaje (\$)
10	3,000
15	4,500
22	6,600
30	9,000

Tabla 11

- a. ¿Cuál o cuáles magnitudes experimentan cambio?
- b. Respecto a la distancia en kilómetros, ¿aumentan o disminuyen los kilómetros a medida que se avanza en la tabla?
- c. Respecto al valor del pasaje, ¿aumenta o disminuye a medida que se avanza en la tabla?
- d. ¿Cuántos pesos costaría un pasaje, si la distancia recorrida es 40 kilómetros?
- e. ¿De qué depende el precio del pasaje?
- f. ¿Qué precio tiene el viajar 1 kilómetro?
- g. Explica el proceso para saber el precio de un pasaje cualquiera.

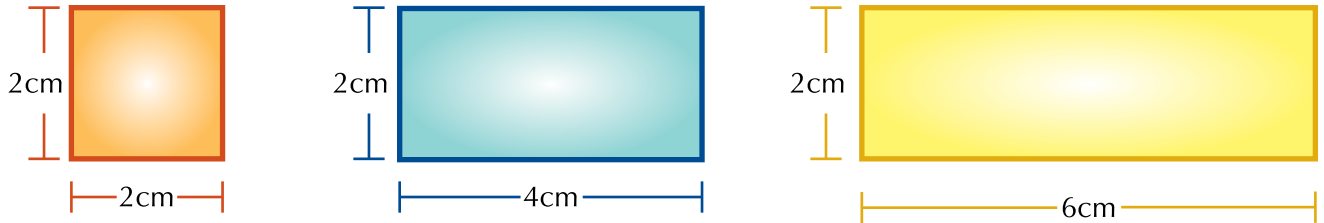
15. La situación del ejercicio número 8 (tabla de distancia y valor del pasaje), puede representarse en la gráfica cartesiana 2, así:



Observa que en el eje horizontal se ubican las distancias, que partiendo de 0 van en aumento y en el eje vertical se ubican los precios de los pasajes. De acuerdo con el gráfico, responde en tu cuaderno:

- a. ¿Cuánto cuesta un pasaje, cuya distancia por recorrer sea 20 Km?
- b. ¿Cuántos Km. se recorren en un viaje, si el pasaje cuesta \$ 7,500?

16. Analiza los tres rectángulos siguientes, en donde aumenta la medida de una de sus dimensiones (ancho).



Escribe en tu cuaderno la variación que hay en la otra magnitud.

Entendemos por...

Interdependientes a dos personas, dos cantidades o dos cosas mutuamente dependientes, esto es cuando la una depende de la otra. Por ejemplo, si A depende de B y B depende de A, entonces decimos que A y B son interdependientes.

Diversión matemática

El juego del Bridg-it

Juega con otro compañero.
 Usa un lápiz negro y otro rojo.
 Con el lápiz negro pinta 12 puntos, en 4 columnas y con el lápiz rojo intercala otros 12 puntos, en 3 filas, como en la figura 1.
 Cada jugador escoge un color.
 El primer jugador traza una línea vertical o una línea horizontal que una dos puntos seguidos de su propio color.
 El otro jugador hace exactamente lo mismo, uniendo dos puntos de su color. Hacen esto por turno.
 El rojo trata de hacer un camino continuo desde la fila superior (arriba) de puntos rojos hasta la línea inferior (abajo) de puntos rojos.
 Este camino no tiene que ser recto, se puede doblar en cualquier dirección siempre y cuando se unan lados opuestos del tablero, sin tocar los puntos del otro jugador.
 El negro intenta formar un camino similar desde la primera columna del lado izquierdo hasta la última columna del lado derecho. Cada uno debe tratar de bloquear el camino del otro jugador.
 El jugador que complete primero el camino es el ganador.
 La figura 2 muestra un ejemplo de juego donde el negro gana.

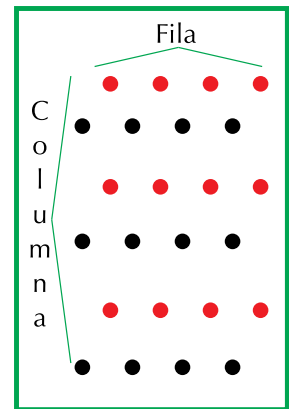


Figura 1

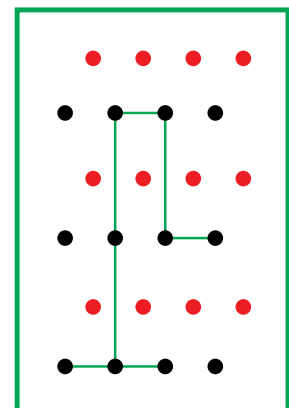


Figura 2

Día a día

Los viajes de Gulliver

Parte I: Viaje a Lilliput Mayo 4, 1699 — Abril 13, 1702

El libro comienza con un pequeño preámbulo en el que Gulliver, en el estilo de los libros de la época, da una pequeña reseña sobre su vida e historia antes de sus viajes. Le gusta viajar, aunque es este amor por los viajes lo que le lleva a naufragar.

En su primer viaje, Gulliver es llevado a la costa por las olas después de un naufragio y se despierta siendo prisionero de una raza de gente de un tamaño doce veces menor que un ser humano, menos de 15 cm de altura, que son los habitantes de los estados vecinos y rivales de Lilliput y Blefuscu.

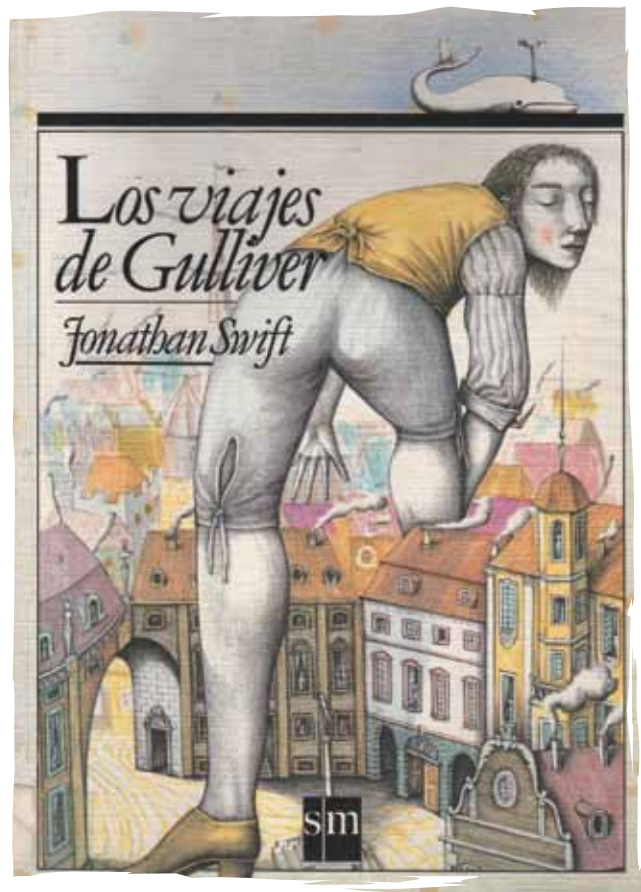
Después de asegurar que se comportaría bien, le dan una residencia en Lilliput y se convierte en el favorito en la corte.

Desde este momento, el libro sigue las observaciones de Gulliver en la Corte del soberano de Lilliput, modelada sobre la contemporánea de Jorge I de Gran Bretaña.

Gulliver ayuda a Lilliput robando la flota de los blefuscuianos. Sin embargo, se niega a convertir a la nación en una provincia de Lilliput, disgustando al Rey y a la corte. Gulliver es acusado de traición y condenado a ser cegado por los lilliputienses. Con la ayuda de un buen amigo, Gulliver consigue escapar hasta Blefuscu, donde arregla un bote abandonado y consigue ser rescatado por un barco que lo lleva de vuelta a su hogar.

El edificio que sirve como residencia de Gulliver en Lilliput es descrito como un templo en el que algunos años atrás hubo un asesinato y por esto el edificio fue destinado a usos profanos. Algunos comentaristas consideran que Swift, de este modo, se revela como francmasón aludiendo al asesinato del legendario gran maestro Hiram Abif .

http://es.wikipedia.org/wiki/Los_viajes_de_Gulliver



Tema 2. Comprendo la proporcionalidad directa



Indagación

Marta se encuentra con Eduardo y le cuenta un problema matemático que la ha tenido pensando desde hace tiempo.

El problema de Marta es: Si 2 galones de gasolina cuestan \$16,000, ¿Cuánto costarán 5 galones con las mismas condiciones?

Eduardo le promete pensarlo y avisarle pronto.

En tu cuaderno, indícales a Marta y a Eduardo cómo se podría hallar solución al problema.

Propones varias maneras o caminos.

Reúnete con tres compañeros más y discutan varias formas de solución.



Conceptualización

Hagamos en conjunto, un análisis para solucionar los problemas de Marta y Eduardo.

Ya sabemos que hay varias maneras o caminos para resolver un problema, analicemos algunas.

Para el problema de Marta:

1º análisis y solución:

Dos galones de gasolina cuestan \$16,000, aumento el precio de 2 galones más y la mitad del precio de 2 galones que es el valor de un galón de gasolina, es decir:

$$\$16,000 + \$16,000 + \$8,000 = \$40,000$$

2º. análisis y solución:

Imagino el precio de un galón de gasolina que es la mitad de dos galones. Como dos galones cuestan \$16,000, entonces el precio unitario será \$8,000 y multiplico por 5

$$5 \times \$8,000 = \$40,000$$



Ya se ha estudiado lo que es una razón, ahora es necesario apoyarse en ella para comprender lo que es una proporción y ver su utilidad en la solución práctica de los problemas.

La proporción se construye con la comparación de dos razones:

es a 16,000 como 5 es a 2"

$$\frac{\text{}}{\$ 16,000} = \frac{5 \text{ galones}}{2 \text{ galones}}$$

Multiplicando por \$16,000 y simplificando, tenemos:

$$\text{} = \frac{5 \times \cancel{\$16,000}^{8,000}}{\cancel{2}^1}$$

$$\text{} = \$ 40,000$$

Analicemos otra situación:

Si el precio de 2 lapiceros es \$5,000, entonces 4 lapiceros cuestan \$10,000; 6 lapiceros cuestan \$15,000, 8 lapiceros cuestan \$20,000, y así sucesivamente. Las razones entre el precio y el número de lapiceros, son:

$$\frac{\text{Precio}}{\text{Lapiceros}} = \frac{5,000}{2} = \frac{10,000}{4} = \frac{15,000}{6} = \frac{20,000}{8}$$

Si realizamos las respectivas divisiones, veremos que la razón es la misma, pues el precio de un lapicero es el mismo para cada razón. Así:

"5,000 es a 2 como 10,000 es a 4" $\frac{5,000}{2} = \frac{10,000}{4}$

"5,000 es a 2 como 15,000 es a 6" $\frac{5,000}{2} = \frac{15,000}{6}$

"5,000 es a 2 como 20,000 es a 8" $\frac{5,000}{2} = \frac{20,000}{8}$

"10,000 es a 4" como 15,000 es a 6" $\frac{10,000}{4} = \frac{15,000}{6}$

"10,000 es a 4" como 20,000 es a 8" $\frac{10,000}{4} = \frac{20,000}{8}$

"15,000 es a 6 como 20,000 es a 8" $\frac{15,000}{6} = \frac{20,000}{8}$

Observa que si realizamos las respectivas divisiones, veremos que la razón es la misma, pues el precio de un lapicero es el mismo para cada razón. Así:

$$\frac{5,000}{2} = 2,500$$

$$\frac{10,000}{4} = 2,500$$

$$\frac{15,000}{6} = 2,500$$

$$\frac{20,000}{8} = 2,500$$

Se denomina proporción a la igualdad de dos o más razones y se representa como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad a : b = c : d$$

A los términos a y d de la proporción se les conoce como extremos; a los términos b y c de la proporción se les conoce como medios.

En la proporción $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ los extremos son 2 y 10; a su vez 5 y 4 son los medios.

Recordemos que se denomina proporción a la igualdad de dos razones y se representa como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad a : d = b : c$$

A los términos a y d de la proporción se les conoce como extremos y a los términos c y b de la proporción se les conoce como medios.

Si se multiplican entre sí los extremos y los medios, obsérvese lo que sucede:

$$\boxed{2 \times 10 = 20} \quad \text{y} \quad \boxed{4 \times 5 = 20}$$

En efecto, los productos obtenidos son iguales, por lo que:

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

A esta característica se le llama propiedad fundamental de las proporciones.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ entonces, } a \times d = c \times b$$

La propiedad fundamental de las proporciones tiene su utilidad en la solución de problemas en que, dada una proporción, se desconocen algunos de sus términos.

Veamos otro ejemplo:

En un arreglo floral, por cada 9 margaritas, se colocan 3 rosas; si en un arreglo hay 5 rosas, ¿Cuántas margaritas se podrán contar?

Estableciendo las razones correspondientes, obtenemos la igualdad:

$$\frac{\square}{5} = \frac{9}{3}$$

Como el número de margaritas que se podrán cortar aún no se conoce, se reemplaza por el recuadro \square .

El valor de \square puede obtenerse así:

Como el producto de los medios es igual al producto de los extremos, entonces: $\square \times 3 = 9 \times 5$

De donde se obtiene que: $\square = \frac{9 \times 5}{3}$, entonces $\square = 15$.

Lo que se comprueba al igualar el producto de medios y extremos

$$15 \times 3 = 9 \times 5$$

$$45 = 45$$

En el arreglo se podrán contar 15 margaritas.

Por cada rosa, ¿cuántas margaritas llevan los arreglos? Averígualo y lo cuentas a tus compañeros.

Un caso particular de la proporción directa

En la vida diaria es muy frecuente que se presenten problemas en los que se requiere calcular el tanto por ciento de un número.

Generalmente, las comisiones por un trabajo o ventas realizadas, las rebajas u ofertas, el descuento por concepto de impuestos sobre la

renta en los salarios, el interés que se recibe por ahorros o cédulas hipotecarias, el interés que se paga por préstamos, etcétera, se fijan en forma de tanto por ciento.

Una de las aplicaciones de este concepto es en la escuela, pues suelen calcularse porcentajes de asistencias, faltas, puntualidad, aprovechamiento, etcétera. Para entender lo que es el tanto por ciento, pueden considerarse los ejemplos siguientes:

1. En una escuela, 45 de cada 100 alumnos son mujeres.
2. En una biblioteca, 7 de cada 100 libros son de matemáticas.
3. En una población rural, 60 de cada 100 personas que nacen son mujeres.

Ahora bien, se puede establecer una razón con los datos de cada uno de estos ejemplos:

El primero, 45:100 o $\frac{45}{100}$ y se lee: "45 es a 100" o 45%, el símbolo % significa partes de cien, 45 partes de 100, es decir, 45 por ciento

En el segundo, 7:100 o $\frac{7}{100}$ y se lee "7 es a 100" o 7%

En el tercero, 60:100 o $\frac{60}{100}$ o 60%

Observa que cada una de estas razones tiene el mismo denominador (100).

Este denominador es llamado consecuente.

Definimos el tanto por ciento como la razón o cociente (división) que existe entre un número y 100. El tanto por ciento se indica con el símbolo: %.

Por otra parte, podemos decir que:

$$45\% = \frac{45}{100} = 0.45$$

$$7\% = \frac{7}{100} = 0.07$$

$$60\% = \frac{60}{100} = 0.60 = 0.6$$

Analiza este otro ejemplo:

En una escuela, 13 de cada 100 niñas asisten a clases de danza.

En la escuela, hay 300 alumnas, ¿cuántas van a la clase de danza?



La proporción para obtener el resultado es:

$$\frac{13}{100} = \frac{\square}{300}$$

Se lee: "13 de 100, ¿cuántas de 300?" •

Al aplicar la ley fundamental de las proporciones, (el producto de los medios es igual al producto de los extremos), se tiene:

$$(13) \cdot (300) = (100) \square$$

Entonces,

$$3,900 = (100) \square$$

$$\square = \frac{3,900}{100}$$

$$\square = 39$$

Sustituyendo el valor de \square en la proporción se comprueba el resultado.

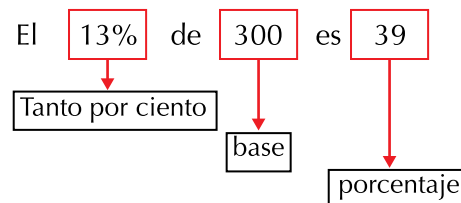
$$\frac{13}{100} = \frac{39}{300}$$

Aplicando la ley fundamental de las proporciones, (el producto de los medios es igual al producto de los extremos), resulta:

$$(13) (300) = (100) (39)$$

$$3900 = 3900$$

Con esta comprobación se confirma que en la escuela hay 39 alumnas que van a clase de danza. En este proceso, las partes que intervienen reciben nombres especiales que se muestran en el esquema que sigue.



Con frecuencia oímos hablar de porcentajes, en los intereses que cobra el banco por préstamos, los descuentos en artículos que hacen los almacenes, los aumentos que se dan a los salarios, el Importe al Valor Agregado (IVA), etcétera.

Con la aplicación de razones, los problemas de porcentajes se reducen a encontrar el cuarto componente de una proporción, cuando se conocen los otros tres datos.

Ejemplos:

En una escuela de 1,525 alumnos el 84% tienen edad entre 8 y 13 años.

¿Cuántos alumnos hay de estas edades?

$$\frac{84}{100} = \frac{\square}{1,525}$$

Planteamos la proporción:

Si en esta proporción intercambiamos los extremos 84 y 1,525 podemos escribir otra proporción, por

Ejemplo:

$$\frac{1,525}{100} = \frac{\square}{84}$$

Como consecuencia de la ley fundamental de las proporciones, se tiene que:

$$\square = \frac{1,525 \times 84}{100}$$

$$\square = 1,281$$

De esta forma, los alumnos que tienen entre 8 y 13 años son 1,281.

Por lo tanto, se puede concluir que el 84% de 1,525 es 1,281.

En forma general, la proporción que se establece para calcular el porcentaje, el tanto por ciento o la base es la siguiente expresión:

$$\frac{\text{Base}}{100} = \frac{\text{Porcentaje}}{\text{Tanto por ciento}}$$

Observa estos otros ejemplos:

De un grupo de 50 alumnos, 3 son extranjeros. ¿Cuál es el tanto por ciento del grupo que corresponde a extranjeros?

Datos:

Base=50

Tanto por ciento =

Sustituyendo en la expresión general:

$$\frac{50}{100} = \frac{3}{\text{$$

Aplicando la ley fundamental de las proporciones, se tiene:

Se realiza la multiplicación: $50 \cdot \text{$ = $3 \cdot 100$

$$50 \cdot \text{$$
 = 300

Dividiendo por 50 y simplificando, encontramos el valor del tanto por ciento

$$\frac{\cancel{50} \cdot \text{$$
 = $\frac{300}{50}$

$$\text{$$
 = $\frac{300}{50}$

$$\text{$$
 = 6%

Así que el tanto por ciento de alumnos extranjeros es el 6%.

El siguiente es un tipo de problema que puede ser resuelto mentalmente.

Luis recibe el 8% mensual de su sueldo por comisión. Si en el mes de octubre le correspondieron \$320,000 de comisión, ¿cuál fue su sueldo en este mes?

Solución:

Datos:

Comisión= 320,000

Tanto por ciento=8%

Base =

Sustituyendo en la expresión general, se tiene:

$$\frac{\text{$$
 = $\frac{320,000}{8}$

Aplicando la ley fundamental de las proporciones, resulta:

$$8 \cdot \text{$$
 = (320,000) · (100)

Dividiendo los dos miembros de la igualdad por 8, y realizando las operaciones, tenemos:

$$\frac{\cancel{8} \cdot \text{$$
 = $\frac{(320,000) \cdot (100)}{8}$

$$\text{$$
 = 4,000,000

Por lo tanto, Luis recibe un sueldo de \$4'000,000 Resuelve el mismo problema planteando otra proporción.

El uso del porcentaje desempeña un papel fundamental en el tratamiento y análisis de la información que proporcionan los medios de comunicación; este puede ser representado de distintas maneras a saber: por medio de grafica o en términos porcentuales.

Hasta ahora se ha aprendido a calcular el tanto por ciento de forma escrita; sin embargo, se puede hacer por medio de la calculadora.

Para ello, si observas detenidamente el teclado, notarás que además de las teclas



hay otra marcada como $\boxed{\%}$ que es la tecla del tanto por ciento. El uso de esta última es muy sencillo, lo único que se tiene que hacer es oprimir la tecla de multiplicación y en todos los casos al final se debe oprimir la tecla $\boxed{\%}$.

Ejemplos:

$$80\% \text{ de } 750 = \boxed{7}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{\times}\boxed{8}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{=} 600$$

$$12.5\% \text{ de } 600 = \boxed{6}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{\times}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{.}\boxed{5}\boxed{\%}\boxed{=} 75$$

Como observas, es muy fácil obtener el tanto por ciento con el auxilio de la calculadora, además de que se ahorra tiempo y esfuerzo. Algunos de los múltiples problemas que surgen a diario son relativamente fáciles de resolver por medio de la calculadora.

Descuento y recargo

Algunos almacenes, en Colombia, programan temporadas de promociones, en las que sacan numerosos artículos rebajados, hasta agotar existencias, para renovar surtidos.



Uno de esos almacenes, anunció descuentos del 50% en vestuario de hombre, mujer y niño, cosa que fue aprovechada por Liliana para decirle a su esposo que compraran ropa a mitad de precio o comprar dos prendas por el precio de una.

Escribe en tu cuaderno un por qué Liliana interpreta que un descuento del 50% equivale comprar a mitad de precio o comprar dos prendas al precio de una (del precio original). Discute con algunos compañeros las explicaciones sobre el caso.

Cuando compramos de contado muchas veces nos hacen descuentos (rebajas) en los precios, pero cuando compramos a crédito nos cobran una financiación (recargo en el precio inicial). En ambos casos, generalmente se habla de porcentajes.

Estudia las situaciones siguientes y coméntalas con algunos compañeros(as):

1. Un producto que normalmente cuesta \$15,000, es puesto en promoción con un descuento del 20%.

- ¿Qué cantidad se ha descontado al precio original?
- ¿Cuál es el precio neto pagado?

Solución

a. Usando la calculadora tenemos:

$$\boxed{1}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{\times}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{\%}\boxed{=} 3,000$$

Por lo tanto, se ha descontado \$3,000 al precio original.

b. Si al precio de lista se le resta el descuento obtienes: $15,000 - 3,000 = 12,000$.

El precio neto a pagar es \$12,000.

2. Un señor quiere comprarse un vestido, para lo cual se le presentan las siguientes alternativas de pago:

- De contado le descuentan un 30%.
- Si paga en un mes, le rebajan el 5%.
- En dos meses paga el precio original que es de \$345,000.
- Si lo paga en tres meses, se le hace un recargo de 7.5%.
- ¿Cuáles son los diferentes precios que tiene el mismo vestido, según la forma de pago?

A fin de resolver este problema, es necesario organizar los datos en una tabla para su mejor análisis.

Precio original: \$345,000. Copia la tabla 12 en tu cuaderno y resuélvela.

Alternativas de pago	a	b	c	d
Plazo en meses	0	1	2	3
Tanto por ciento	30% (-)	5% (-)	0%	7.5% (-)
Descuento (-)	?	?	?	?
Recargo (+)	?	?	?	?
Precio con descuento o recargo	\$241,500	\$327,750	\$345,000	\$370,875

Tabla 12

- a. Observa que (-) significa descuento y (+) recargo. Al realizar las operaciones con la calculadora, se tiene: Para el descuento del 30%, operamos:

$$345000 \times 30\% - = 241,500$$

Luego, con descuento del 30% en el valor del vestido, el señor pagaría \$241,500

- b. Como es descuento a un mes, se tiene:

$$345000 \times 5\% - = 327,750$$

que corresponde al valor que pagaría por el vestido, con un descuento del 5%.

- c. Como pagarlo en dos meses no le genera descuento ni recargo, entonces, el señor deberá pagar el precio original que es de \$345.000.

- d. Como al pagar en tres meses tiene recargo, el valor será:

$$345000 \times 7.5\% + = 370,875$$

que es el precio con un recargo que corresponde al 7.5%.

Nota que 345,000 se toma como factor en los diferentes porcentajes para cada periodo.

A este número se le llama factor constante por ser componente de todas las multiplicaciones que se realizan.

De acuerdo con la tabla, al señor le conviene pagar de contado dicho vestido, pues le costaría \$241,500 por lo que se ahorraría \$103,500.

3. Juan trabaja en un centro comercial, en donde se vende la mercancía por menudeo y mayoreo.

Su jefe inmediato le ordena que haga descuentos en la venta de sillas de acuerdo con el número de ellas que adquiera el cliente.

Para ello se le proporciona la siguiente información: de 0 a 10 sillas, sin descuento; de 11 a 50, 10% de descuento; de 51 a 100, 20%; de 101 a 500, 30% y de 501 a 1 000, 40% de descuento.

¿A qué precio debe cobrar cada silla, si el precio de lista de cada una es \$50,000?



Elaborando la tabla 13, se tiene:

Número de artículos	De 0 a 10	De 11 a 50	De 51 a 100	De 101 a 500	De 501 a 1000
Descuento	0%	10%	20%	30%	40%
Precio según descuento	\$50,000	\$50,000	\$50,000	\$50,000	\$50,000
		\$5,000	\$10,000	\$15,000	\$20,000
		\$45,000	\$40,000	\$35,000	\$30,000

Tabla 13

El factor constante de este problema es \$50,000 que se debe multiplicar por cada uno de los porcentajes: 10%, 20%, 30% y 40%.

Como puedes observar, una tabla es una forma muy útil y práctica en la resolución rápida de un problema.



Aplicación

Trabaja en tu cuaderno.

Con un compañero, analiza cómo varían las cantidades que intervienen en las situaciones que se presentan a continuación.

Cada pareja debe comparar sus resultados con los de otras parejas y Corregir los errores si los hay.

1. Un panadero utiliza 10 kg de harina para producir 13 kg de pan. Veamos la relación harina-masa en la tabla 14.

Harina (kg)	10	5	3	2.5	2	1	0
Masa de pan (kg)	13	6.5	3.9	3.25	2.6	1.3	0

Tabla 14

- a. ¿Cuántos kilogramos de masa para el pan se obtendrían con 4 kg de harina?
- b. Si se triplica la cantidad de harina, ¿qué pasa con la cantidad de masa?
- c. ¿Qué relación encuentras entre la cantidad de harina y la cantidad de masa para el pan?
- d. Escribe varias razones entre las cantidades de masa y de harina. ¿Cómo son esas razones? Conociendo la cantidad de harina, ¿cómo obtienes rápidamente la cantidad de masa para el pan?



Recuerda que:

Una proporción se determina por la equivalencia de dos razones.

Al simplificar una razón cambia su forma pero no su valor.

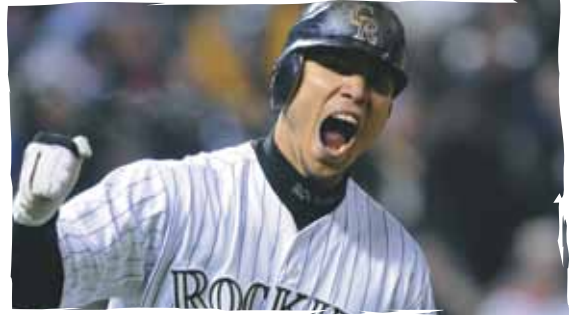
2. Establece la razón que representan las siguientes situaciones, trabaja en tu cuaderno:

a. Un automóvil recorre



180 km en 3 horas, ¿cuál es su velocidad?

b. Un beisbolista



realizó 6 hits al batear 15 veces. ¿Cuál es la razón?

c. Para este mismo beisbolista del ejercicio b., su puntaje es de 40 sobre 100 o 40%, ¿por qué?

3. En las siguientes proporciones ¿cuál es el valor de ?

a. $\frac{6}{5} = \frac{12}{\square}$, entonces =

b. $\frac{\square}{27} = \frac{6}{9}$, entonces =

c. $\frac{16}{5} = \frac{\square}{10}$, entonces =

d. $\frac{8}{5} = \frac{24}{\square}$, entonces =

e) ¿Cuál propiedad de las proporciones aplicas para encontrar el valor de ?

4. Si un tren recorre 255 km en 4 horas, andando a velocidad constante (siempre igual, sin variar)



- a. ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer 340 km con la misma velocidad?
- b. ¿Qué pasa con el tiempo si aumenta la distancia?
- c. ¿Qué pasa si disminuye la distancia?

Anota la proporción que se forma con los datos.

5. Una docena de huevos tipo AA, cuesta \$4,800, ¿cuántos huevos del mismo tipo podemos comprar con \$10,000?



6. El costo de producción de 2 materas de barro de referencia 10-30 (tamaño mediano), es de \$7,000, ¿cuánto costará producir 17 materas de la misma referencia?
7. Un automóvil consume 6.8 litros de gasolina en 100 km, en carretera, andando a velocidad constante (siempre igual) de 60 km/h.
 - a. ¿Cuántos litros consume en recorrer 250 km en las mismas condiciones?
 - b. ¿Cuántos kilómetros puede recorrer con 34 litros de gasolina en las mismas condiciones?
8. El señor Alonso compró un computador con algunos accesorios, para lo cual se le plantearon las siguientes alternativas de pago: de contado le descuentan el 15%; en un mes, sólo el 7.5%, aunque si acaba en dos meses le dan el 2.5%. Pero si la paga en tres meses, le hacen el 6.75% de recargo, y en cuatro meses le cobran un 10% más sobre el precio de lista \$5'500,000 ¿Cuánto pagaría el señor Alonso en cada caso? Completa la tabla 15.



Tanto por ciento	15%(-)	7.5%(-)	2.5%(-)	6.75%(-)	10%(-)
Descuento (-)					
Recargo (+)					
Precio con descuento o recargo					

Tabla 15

¿Cuál es el factor constante del problema?

Entendemos por...

Fundamental aquello que es esencial, que en un proceso es lo principal. Por ejemplo cuando decimos “La propiedad fundamental de las proporciones” nos estamos refiriendo a lo más importante en este tema.

Diversión matemática

Juega con un compañero al que primero llene correctamente los cuadritos. En tu cuaderno, encuentra el valor del para cada proporción.

a. $\frac{12}{\square} = \frac{9}{12}$

b. $\frac{8}{32} = \frac{3}{\square}$

c. $\frac{4}{10} = \frac{\square}{60}$

d. $\frac{3}{\square} = \frac{\square}{12}$

e. $\frac{\square}{24} = \frac{6}{\square}$

f. $\frac{1}{2} = \frac{3}{\square}$

Anota el puntaje correspondiente para la respuesta correcta en cada literal, en el orden de abajo hacia arriba en la columna de puntajes de la pirámide, así:

Anota 50 puntos en (a) si la respuesta fue correcta,

Anota 1,000 puntos en (b) si la respuesta fue correcta, y así con las otras.

Si alguna respuesta está errada, anótate un cero en la casilla de la letra correspondiente.

Finalmente, suma y escribe el total.

												Puntajes
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	(f)
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	(e)
		3	0	0	0	0	0	0	0			(d)
			2	0	0	0	0	0				(c)
				1	0	0	0					(b)
					5	0						(a)
Total												

Compara las respuestas y los totales con tus compañeros.

Día a día

El hormigón

El hormigón es una mezcla de cemento, arena y piedras en proporción 1:2:6 que significa 1 medida de cemento, 2 medidas de arena y 6 medidas de piedras.

Pero si echaras 12 cubos de piedras en una Hormigonera (máquina que revuelve la Mezcla), ¿cuántos cubos de cemento y cuántos cubos de arena necesitas para hacer una mezcla de 1:2:6 ?

Basta completar la tabla. Si tienes 12 cubos de piedras, pero inicialmente tenías 6 y como 12 es el doble de 6, simplemente tomas el doble de cada cosa para mantener la proporción.

Texto: <http://www.disfrutalasmaticas.com/numeros/proporciones.html>



	Cemento	Arena	Piedras
Proporción:	1	2	6
Tienes:			12



Este capítulo fue clave porque

- Entendí la relación de cambio en la variación directamente proporcional
- Aprendí las utilidades de la proporcionalidad directa
- Descubrí diversas situaciones en las que se nos presenta la proporcionalidad directa

Conectémonos con...



Hotel Burj al-Arab de Dubait

La construcción del edificio se inició en 1994 y se inauguró oficialmente el 1 de diciembre de 1999. Su forma está inspirada en una embarcación a vela y está localizado en un área específica con el objetivo de que su sombra no cubra la playa. En el punto más alto del hotel se encuentra un helipuerto, el cual es utilizado como cancha de tenis cuando no está recibiendo helicópteros.

El hotel está catalogado como de siete estrellas, categoría que va más allá de la clasificación normal de los hoteles, de uno a seis, debido a sus características realmente excepcionales que lo diferencian de cualquier otro tipo de hotel en el mundo.

El Burj Al Arab no tiene habitaciones normales, sino que cuenta con 202 suites dobles. La más pequeña de estas suites ocupa un área de 169 m², mientras que la mayor cubre un área de 780 m².



La suite Real cuesta 28,000 dólares la noche. También tiene un servicio de autos Rolls-Royce de lujo disponible para cada huésped.

<http://portalevlm.usal.es/blogs/ampliacion/2009/09/>
http://es.wikipedia.org/wiki/Burj_Al_Arab

Repasemos lo visto



Retomando el dibujo de “hombre de Vitruvio” analizado al comienzo del capítulo, podemos afirmar que cuando dos magnitudes están relacionadas, puede ocurrir que al aumentar una, lo haga la otra y viceversa. En este caso decimos que las dos magnitudes están directamente correlacionadas.

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar una, aumenta también la otra; si al disminuir la primera, la segunda también disminuye y, además, tienen cociente constante.

En este caso se dice que existe proporcionalidad directa y la representación gráfica es una línea recta que pasa por el origen.

Se denomina proporción a la igualdad de dos o más razones y se representa como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad a : b = c : d$$

A los términos **a** y **d** de la proporción se les conoce como extremos; a los términos **b** y **c** de la proporción se les conoce como medios.

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

A esta característica se le llama propiedad fundamental de las proporciones.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ entonces, } a \times d = c \times b$$

Definimos el tanto por ciento como la razón o cociente que existe entre un número y 100.

El tanto por ciento se indica con el símbolo: %.

Mundo rural

Absorción aproximada de nutrientes por las plantas

Dentro de la información que requiere el técnico agrícola para recomendar fertilizantes, está el conocer la cantidad de nutrientes que el cultivo extrae del suelo para lograr un rendimiento esperado (rendimiento meta).

Al iniciar sus planes de producción de cultivos en el campo, es de vital importancia diferenciar las dosis de fertilización que se aplicarán a cada cultivo en particular.

Las diferentes especies de plantas cultivadas tienen distintos requerimientos de nutrientes de acuerdo a las cantidades de los elementos minerales que estas absorben del suelo.

La cantidad de nutrientes que la planta necesita para producir un tonelaje determinado varía en su proporción y balance.

Considerar el potencial de rendimiento es muy importante.

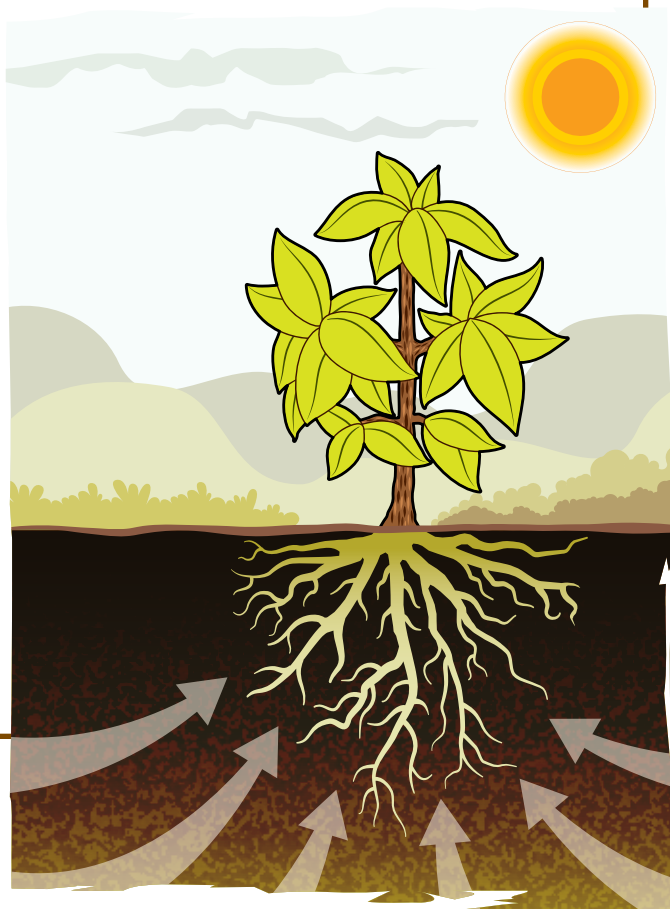
Por ejemplo; nunca se requerirá de la misma cantidad de nutrientes en un cultivo bajo riego, usando semillas mejoradas, que lo que absorbe el mismo cultivo bajo condiciones de temporal, usando semillas criollas de bajo potencial genético.

Así, la recomendación racional de fertilizante debe, por lo menos, reponer los nutrientes que se extraen de la parcelas, en la parte de la planta que se saca del campo después de la cosecha.

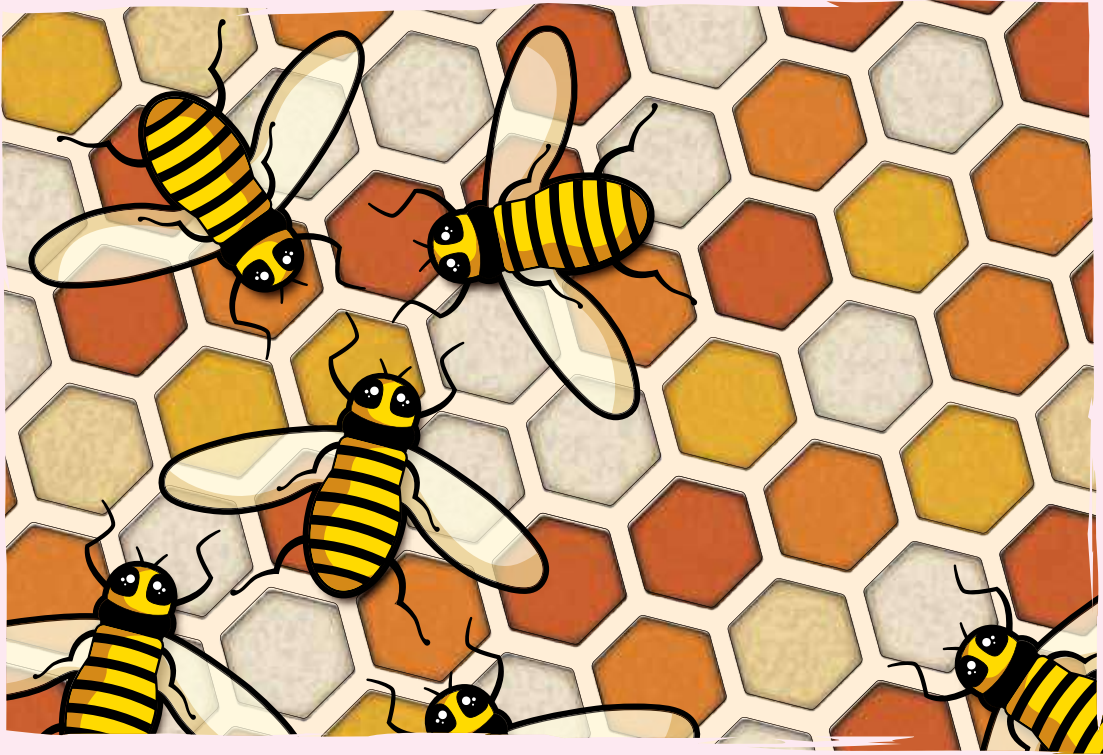
Además, la fertilización balanceada debe de incluir la reposición de los nutrientes, de acuerdo a una cantidad específica, para mantener las proporciones adecuadas de nutrientes en el suelo, que facilite la asimilación de nutrientes por las plantas y que busque incrementar la fertilidad y productividad del suelo.

Hay que recordar que las leguminosas, como el frijol común o frijol soya y los ejotes obtienen la mayor parte de su nitrógeno del aire.

[http://www.ipni.net/ppiweb/mexnca.nsf/\\$webindex/C341802D8B22A67D06256B5A00656E2B](http://www.ipni.net/ppiweb/mexnca.nsf/$webindex/C341802D8B22A67D06256B5A00656E2B)



Dato curioso



¿Saben matemáticas las abejas?

Este hecho ya fue constatado por Pappus de Alejandría, matemático griego que vivió del año 284 al 305. Su afirmación se basaba en la forma hexagonal que imprimen a sus celdillas las abejas para guardar la miel. Las abejas, cuando guardan la miel, tienen que resolver varios problemas.

Necesitan guardar la miel en celdillas individuales, de tal manera que formen un mosaico sin huecos ni salientes entre las celdillas, ya que hay que aprovechar el espacio al máximo. Solo podrían hacerlo con triángulos, cuadrados y hexágonos.

¿Por qué eligieron entonces los hexágonos, si son más difíciles de construir?

La respuesta es un problema isoperimétrico (del griego "igual perímetro"). Pappus había demostrado que, entre todos los polígonos regulares con el mismo perímetro, encierran más área aquellos que tengan mayor número de lados.

Por eso, la figura que encierra mayor área para un perímetro determinado es el círculo, que posee un número infinito de lados. Por eso las abejas construyen sus celdillas de forma hexagonal, ya que, gastando la misma cantidad de cera en las celdillas, consiguen mayor superficie para guardar su miel. La pregunta es: ¿y quién le enseñó esto a las abejas?...

Texto: <http://www.elalmanaque.com/acertijos/mates.htm>

¿En qué vamos?



Reflexiono y trabajo con mis compañeros

En tu cuaderno resuelve los ejercicios siguientes:

1. Escribe las parejas de medios y extremos en cada una de las proporciones

a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ Medios _____ Extremos _____

b) $\frac{42}{12} = \frac{21}{6}$ Medios _____ Extremos _____

c) $\frac{7}{11} = \frac{28}{44}$ Medios _____ Extremos _____

d) $\frac{m}{n} = \frac{x}{y}$ Medios _____ Extremos _____

2. Comprueba la propiedad fundamental para las proporciones del punto 1.

3. Encuentra el valor desconocido en cada una de las proporciones:

a. $\frac{\square}{8} = \frac{7}{4}$

b. $\frac{12}{\square} = \frac{6}{20}$

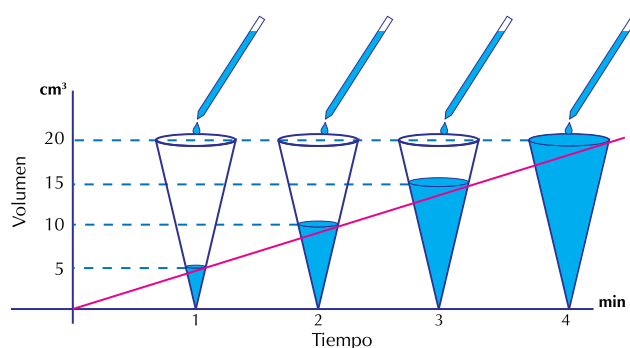
c. $\frac{100}{5} = \frac{\square}{2}$

d. $\frac{32}{4} = \frac{8}{\square}$

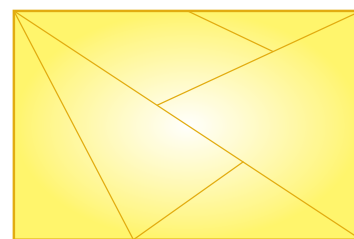
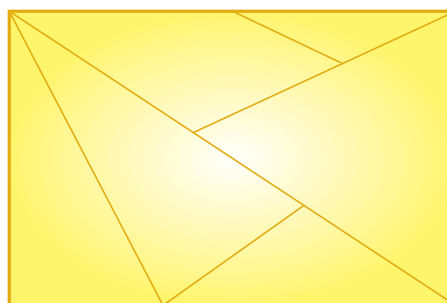
4. Un vendedor de revistas vende 3 ejemplares cada 5 días. Si ha trabajado en la venta durante 30 días y mantiene la misma producción, ¿Cuántas revistas ha vendido?

5. Un automovilista viaja a 50 km por hora y tarda 3 horas en su recorrido, ¿qué tiempo tardaría en recorrer la misma distancia si viajara a 75 km por hora?

6. Observa la gráfica adjunta y elabora una tabla de datos con volumen y tiempo. Finalmente describe con tus palabras la situación en términos de magnitudes que no cambian y magnitudes que varían.



7. Con la ayuda de un compañero copia en cartulina o papel los dos rompecabezas que se presentan en la figura siguiente.



Enumera las piezas de los dos rompecabezas. Recorta por separado las figuras que componen los rompecabezas.

Elijan una pieza del rompecabezas reducido y compárenla con la misma pieza del otro rompecabezas. En tu cuaderno responde las preguntas siguientes:

- ¿Cuál es la diferencia entre las dos figuras?
- ¿Qué tienen igual las dos figuras?
- ¿Cómo son los ángulos?
- Midan cada una de las piezas con su correspondiente y digan si hay proporcionalidad directa en sus medidas.
- ¿Qué condiciones cumplen los lados y los ángulos de dos figuras que tienen la misma forma y diferente tamaño?

8. En un juego de cartas hay que repartir 48 cartas de una baraja. A cada jugador le corresponde el mismo número de cartas, sin que sobre alguna.

- ¿Pueden jugar 5 personas? o ¿6 personas?
- Escribe todos los casos posibles para diferentes números de jugadores y cuántas cartas le corresponden a cada uno. Puedes usar gráficos, tablas o explorar razones y proporciones.
- ¿La variación es directa o inversamente proporcional? ¿Por qué?

Le cuento a mi profesor

Conversa con tu profesor sobre cuánto aprendiste en esta unidad.

Qué sé hacer	Superior	Alto	Básico	Bajo
Reconozco el efecto del cambio al medir magnitudes.	Siempre reconozco la proporcionalidad entre magnitudes.	Reconozco la proporcionalidad entre magnitudes, con dificultad en algunas.	Reconozco la proporcionalidad entre algunas magnitudes.	No reconozco la proporcionalidad entre algunas magnitudes.
Identifico los términos de una proporción.	Siempre identifico los términos de una proporción para aplicar la ley de las proporciones.	Identifico los términos de una proporción y aplico la ley de las proporciones en casi todos los casos.	Identifico los términos de una proporción, a veces, con alguna dificultad.	No identifico los términos de una proporción.
Resuelvo problemas que dan lugar al planteamiento de proporciones.	Planteo y resuelvo problemas sobre proporciones, con precisión.	Planteo y resuelvo problemas sobre proporciones.	Planteo y resuelvo algunos problemas sobre proporciones.	No tengo precisión al plantear y/o resolver problemas sobre proporciones.

Participo y aprendo

Lee el enunciado y señala con una x la categoría correspondiente, según lo que has aprendido.

Participo y aprendo	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca	¿Qué debo hacer para mejorar?
Me preocupo por resolver las tareas.					
Comparto información con mis compañeros.					
Respeto a mis compañeros cuando intervienen en clase.					
Trato con respeto a las personas con quienes me comunico.					
Escucho los planteamientos de mis compañeros.					
Le explico a algún compañero aquello que yo sé y que él no entiende.					
Dedico tiempo para repasar en casa.					
Participo activamente en la clase.					
Reconozco la ayuda que me brinda mi profesor(a).					