

**Tema: Los números naturales**

**Clase 19: Ecuaciones**



**Activación**

**Actividad 119**

Resuelva:

Si: = 4   = 6   = 2   = 8

+ + =

Entonces: + - =

- + =

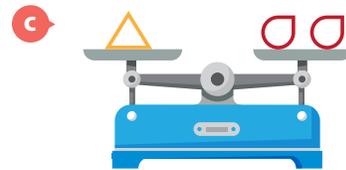
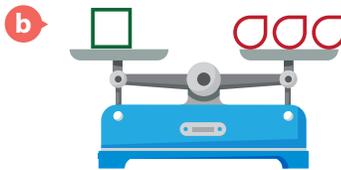
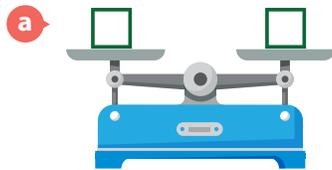
**¿Qué es una ecuación?**

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones alfanuméricas en las que aparece una o más incógnitas. Normalmente, la **incógnita** se representa con **x**.

La incógnita **x** representa al número (o números), si existe, que hace que la igualdad sea **verdadera**. Este número desconocido es la solución de la ecuación, pues al reemplazar dicha **x** por la solución, la igualdad debe ser cierta.

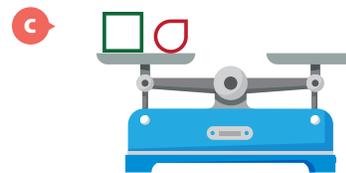
**Actividad 120**

Escriba dentro de las figuras los números naturales que hacen que las balanzas se mantengan en equilibrio.



**Actividad 121**

Con base en las tres balanzas de la actividad anterior, dibuje en el platillo vacío los objetos que hacen que la balanza esté en equilibrio.



**Actividad 122**

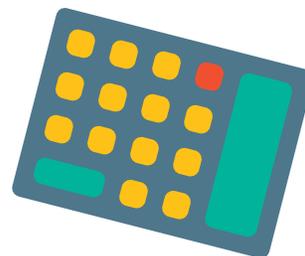
Responda: ¿por cuál número natural se puede reemplazar la **x** para que las balanzas estén en equilibrio?





**Tema: Los números naturales**

**Clase 20: Solución de problemas con ecuaciones**



**Activación**

**Actividad 127**

Resuelva.

$$\begin{aligned} \text{Hexágono} + \text{Hexágono} + \text{Hexágono} &= 45 \\ \text{Banana} + \text{Banana} + \text{Hexágono} &= 23 \\ \text{Banana} + \text{Reloj} + \text{Reloj} &= 10 \\ \text{Reloj} + \text{Banana} + \text{Banana} + \text{Hexágono} &= ?? \end{aligned}$$



**El orden de las operaciones suma, resta, multiplicación y división**

Para empezar, es necesario considerar las expresiones que incluyan una o más operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación y división. El orden de las operaciones requiere que todas las multiplicaciones y divisiones se hagan primero, en un **orden de izquierda a derecha** según aparezcan en la expresión.

Después que se han completado la multiplicación y la división, se prosigue con suma y resta en un **orden de aparición de izquierda a derecha** en la expresión.

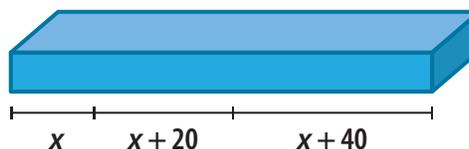
**Actividad 128**

**Lea y analice el siguiente problema y su solución.**

Un carpintero debe cortar una tabla de 6 metros de largo en tres trozos. Si cada trozo debe tener 20 centímetros más que el anterior, ¿cuáles deben ser las longitudes de cada trozo?

**Solución:**

Sea  $x$  la longitud del trozo más corto, pues es observable que la longitud del segundo trozo es  $x + 20$  y la del tercer trozo  $x + 40$ .



Por tanto:  $x + (x + 20) + (x + 40) = 600$

$x + (x + 20) + (x + 40) = 600$

$(x + x + 20) + (x + 40) = 600$

$30x + 60 = 600$

$30x + 60 - 60 = 600 - 60$

$3x = 540$

$\frac{1}{3} \cdot 3x = \frac{1}{3} \cdot 540$

$x = 180$

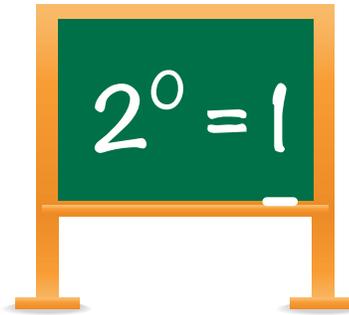
- Ecuación original.
- Conmutar y agrupar términos.
- Efectuar las sumas.
- Restar 60 a ambos lados de la igualdad.
- Efectuar las restas.
- Multiplicar  $\frac{1}{3}$  por ambos lados de la igualdad.
- Simplificar.





**Tema: Los números naturales**

**Clase 21: Múltiplos y divisores**



**Activación**

**Actividad 134**

Recuerde que en la división exacta:

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo} \\
 24 \overline{) 2} \rightarrow \text{Divisor} \\
 \underline{04} \quad 12 \rightarrow \text{Cociente} \\
 0
 \end{array}$$

Se puede decir que:

- 24 es divisible por 2
- 24 es múltiplo de 2
- 2 es divisor de 24

Los **múltiplos de un número** son los que se obtienen al multiplicar dicho número por todos los números naturales, salvo el 0.

Los **divisores de un número** natural son aquellos números que divididos entre dicho número arrojan un resultado exacto, es decir, el resto de la división es cero.

Para saber si un número es múltiplo de se debe hacer la división y comprobar que el cociente es un número natural y el **resto de la división es cero**.

Para saber si un número es divisor de otro es necesario hacer la división y comprobar si el **resto de la división es cero**.

**Actividad 135**

Escriba en cada grupo de cuadros los múltiplos (M) o divisores (D), según se indique. Tenga en cuenta que cada conjunto de números está ordenado, pero no necesariamente están todos.

$M_4$  [ 32 ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

$M_{11}$  [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

$M_7$  [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

$M_5$  [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

$D_{72}$  [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

$D_{18}$  [ 2 ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]

$D_{24}$  [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]



**Actividad 136**

Escriba el listado de al menos cinco múltiplos y todos los divisores según se indique.

a) Múltiplos de 3      $M_3 =$

b) Divisores de 15      $D_{15} =$

c) Múltiplos de 12      $M_{12} =$

d) Divisores de 25      $D_{25} =$

**Actividad 137**

Marque con una X los múltiplos del número dado.

a)  7      35    100    157    42    73    21

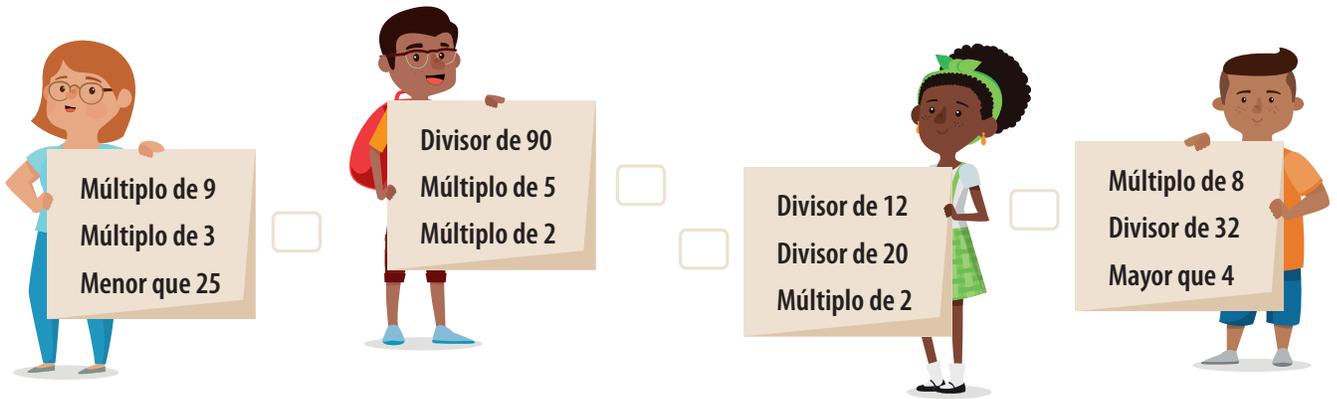
b)  8      32    196    16    207    56    187

c)  6      16    24    12    26    146    42

d)  4      16    8    70    91    28    53

**Actividad 138**

Encuentre en cada cartel el número que cumple con todas las condiciones que se indican.



**Evaluación**

**Actividad 139**

Encuentre el número que cumple las condiciones en cada caso.

a)    
 Divisor de 15   
 Divisor de 45   
 Múltiplo de 3

b)    
 Múltiplo de 3   
 Múltiplo de 9   
 Múltiplo de 27





**Tema: Los números naturales**

**Clase 23: Números primos y números compuestos**

**Activación**

**Actividad 147**

Observe y proponga, ¿cuál es el valor de cada figura?

$$\begin{aligned}
 4 + \text{Círculo Verde} &= \text{Triángulo Naranja} \\
 \text{Triángulo Naranja} - 4 &= \text{Cuadrado Azul} \\
 6 - \text{Cuadrado Azul} &= \text{Corazón Rojo} \\
 \text{Corazón Rojo} + 2 &= 2
 \end{aligned}$$
  

$$\begin{aligned}
 \text{Círculo Verde} &= \square \\
 \text{Cuadrado Azul} &= \square \\
 \text{Triángulo Naranja} &= \square \\
 \text{Corazón Rojo} &= \square
 \end{aligned}$$

Un **número primo** es un número entero con exactamente dos divisores: 1 y el mismo número.

Un **número compuesto** es un número entero con más de dos divisores.

El 1 no es número un primo, ya que solo tiene un divisor.

Así, todos los números enteros (excepto 0 y 1) son primos o compuestos.

Así, los números primos más pequeños son:

2, 3, 5, 7, ...

**Actividad 148**

Siga las instrucciones para encontrar en la siguiente tabla los números primos entre 1 y 100.

**Instrucciones**

- Marque con **X** el número 1.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 2, excepto 2.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 3, excepto 3.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 5, excepto 5.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 7, excepto 7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Escriba a continuación los números que quedaron sin marcar con **X** en la tabla.

**Números primos entre 1 y 100**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



**Actividad 149**

Responda si el número es primo o no, y argumente su respuesta.

**a** 36 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**b** 56 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**c** 81 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Actividad 150**

Determine cada número como el producto de tres factores y escriba tres divisores de cada uno.

**a**  $270 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

Divisor I: \_\_\_\_\_  
 Divisor II: \_\_\_\_\_  
 Divisor III: \_\_\_\_\_

**b**  $440 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

Divisor I: \_\_\_\_\_  
 Divisor II: \_\_\_\_\_  
 Divisor III: \_\_\_\_\_

**c**  $396 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

Divisor I: \_\_\_\_\_  
 Divisor II: \_\_\_\_\_  
 Divisor III: \_\_\_\_\_

**Actividad 151**

Determine cada número como el producto de tres factores y escriba tres divisores de cada uno.

**a**  $72 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

**b**  $81 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

**c**  $60 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

**d**  $126 = \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_ \times \_\_\_\_$   
 \_\_\_\_\_

**Evaluación**

**Actividad 152**

Defina en sus palabras qué es un número compuesto.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



**Tema: Los números naturales**

**Clase 24: Algoritmo de descomposición en factores primos**

**Activación**

Recuerde que:

- Un número compuesto siempre puede escribirse como producto de números menores que él.
- Un número primo solo puede escribirse como producto de 1 y de él mismo.

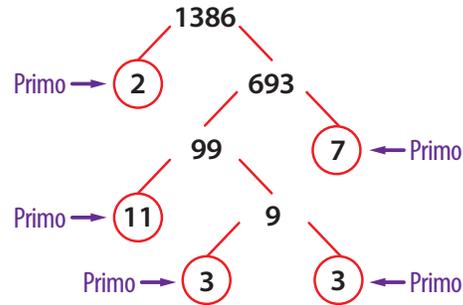
La **factorización prima** es el proceso de descomponer un número en sus **factores primos**.

La factorización prima de un número puede encontrarse usando un **árbol de factores**.

Para comenzar, se deben encontrar dos factores, los cuales si se multiplican entre sí, nos dan el número del que hallaremos la factorización prima. Después, se divide cada rama del árbol en un par de factores hasta que todas las ramas terminen en números primos.

A continuación, se muestra un árbol de factores para el número 1386. En primer lugar, 1386 es

par, por lo tanto 2 es un factor. Si se divide entre 2, obtenemos:  $1386 = 2 \times 693$ , y procedemos:



Esto muestra que la factorización prima de 1386 es  $2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$ .

**Actividad 153**

Realice la descomposición en factores primos de cada número.

**a**      120


**b**      340


**c**      378


**Actividad 154**

Relacione con una línea cada descomposición de factores primos de la columna A con su correspondiente número en la columna B.

Columna A	
$2^2 \times 7 \times 3$	<input type="checkbox"/>
$2^4 \times 3 \times 5$	<input type="checkbox"/>
$2^2 \times 3^2 \times 7$	<input type="checkbox"/>
$3^2 \times 5^2$	<input type="checkbox"/>

Columna B	
225	<input type="checkbox"/>
364	<input type="checkbox"/>
252	<input type="checkbox"/>
240	<input type="checkbox"/>





**Tema: Los números naturales**

**Clase 25: Mínimo común múltiplo m.c.m. y máximo común divisor MCD**

**Mínimo Común Múltiplo**

El mínimo común múltiplo de dos números  $a$  y  $b$  es el número más pequeño que es tanto múltiplo de  $a$  como múltiplo de  $b$ .

Para denotar el mínimo común múltiplo de  $a$  y  $b$  se escribe **m.c.m. ( $a, b$ )**

La forma más rápida de calcular el **mínimo común múltiplo** de dos números es:

- Se descomponen los números en números primos (producto de potencias de primos).
- El mínimo común múltiplo es el producto de todas las potencias que aparecen en las descomposiciones.
- Si alguna de las bases aparece en ambas descomposiciones, entonces es necesario la de mayor exponente.

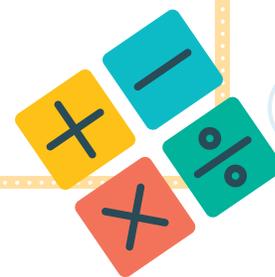
**Máximo Común Divisor**

El máximo común divisor de dos números  $a$  y  $b$  es el número más grande que divide tanto a  $a$  como a  $b$ .

Para denotar el máximo común divisor de  $a$  y  $b$  se escribe **MCD ( $a, b$ )**

La forma más rápida de calcular el **máximo común divisor** de dos números es:

- Se descomponen los números en números primos (producto de potencias de primos).
- El máximo común divisor es el producto de las potencias que aparecen en las dos descomposiciones, pero cuyo exponente sea el menor.



**Actividad 159**

Encuentre el m.c.m.

**a** 9 12 32

m.c.m. (9, 12, 32) =

**b** 5 3 18

m.c.m. (5, 3, 18) =

**c** 4 12 14

m.c.m. (4, 12, 14) =

**Actividad 160**

Encuentre el MCD.

**a** 16 32

MCD (16, 32) =

**b** 14 91

MCD (14, 91) =

**c** 105 35

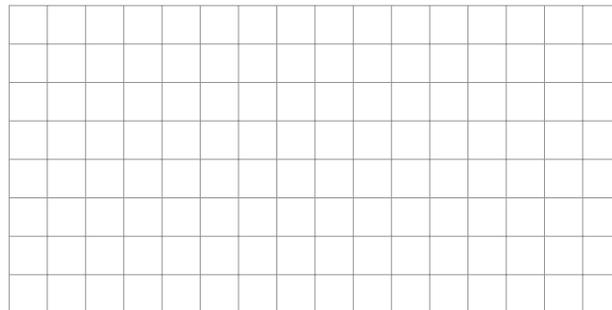
MCD (105, 35) =



**Actividad 161**

Lea atentamente y responda las preguntas: Carlos tiene tres tablas, una de 6 metros, una de 12 metros y una de 18 metros, y quiere cortar todas las tablas en trozos de la misma longitud.

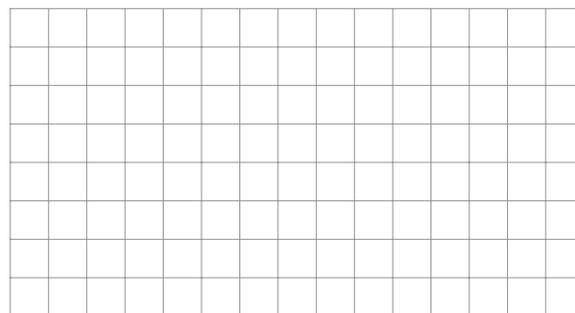
- a) ¿Qué longitud debe tener cada trozo?
- b) ¿Cuántos trozos resultan de cada tabla?
- c) ¿Cuántos trozos resultan en total?



**Actividad 162**

Lea atentamente y responda las preguntas: Camila compró una cartulina de 120 cm de largo por 100 cm ancho y debe recortar cuadrados congruentes, del mayor tamaño posible, sin que le sobre cartulina.

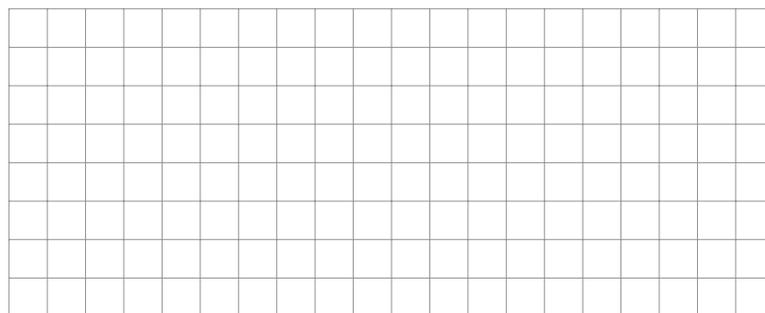
- a) ¿Cuáles deben ser las medidas de estos cuadrados?
- b) ¿Cuántos cuadrados podrá recortar?



**Actividad 163**

Sofía acude a clase de piano los días que son múltiplos de 2, a clase de esgrima va los días que son múltiplos de 3 y a clase de técnica vocal los días que son múltiplos de 4. En el mes de marzo, ¿qué días tendrá las tres clases el mismo día?

Marzo 2020						
Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				



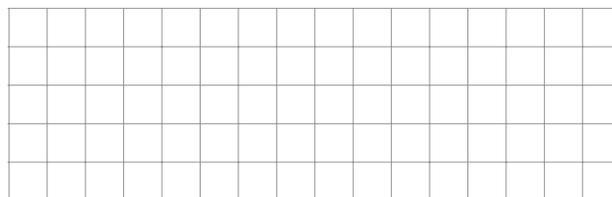
**Evaluación**

**Actividad 164**

En la tienda de Manuel hay una caja con 12 naranjas y otra con 18 peras. Manuel quiere distribuir las frutas en cajas más pequeñas, de forma que:

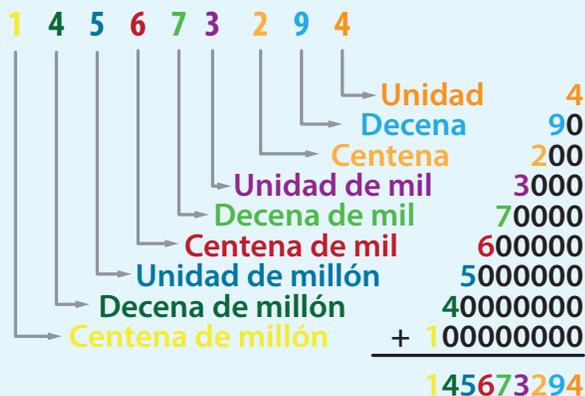
- Todas las cajas tengan el mismo número de frutas.
- Cada caja solo pueda tener o peras o naranjas.
- Las cajas deben ser lo más grandes posible.

¿Cuántas frutas debe haber en cada caja?



## Resumen de unidad

### Sistema de numeración decimal



### Sistema de numeración romano

Símbolo	I	X	C	M
Decimal	1	10	100	1000
Se pueden repetir tres veces seguidas				

Símbolo	V	L	d
Decimal	5	50	500
No se pueden repetir			

### Propiedades de la potenciación

Exponente cero	$a^0 = 1$	Potencia de un producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Exponente uno	$a^1 = a$	Potencia de un cociente	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	Potencia de una potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Cociente de potencias de igual base	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	Exponente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left[\frac{a}{b}\right]^{-n} = \left[\frac{b}{a}\right]^n$

### Orden para desarrollar operaciones al interior de una expresión matemática.

- 
1. Paréntesis
  2. Exponentes
  3. Multiplicaciones
  4. Divisiones
  5. Sumas y restas



Un **número primo** es un número entero con exactamente dos divisores integrales: 1 y el mismo número.

Un **número compuesto** es un número entero con más de dos divisores integrales.

### Mínimo común múltiplo

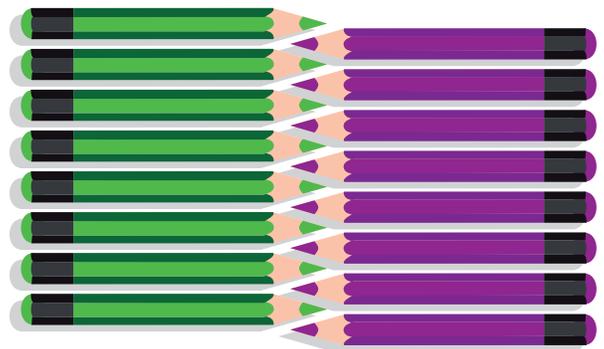
El mínimo común múltiplo de dos números  $a$  y  $b$  es el número más pequeño que es tanto múltiplo de  $a$  y múltiplo de  $b$ .

### Máximo común divisor

El máximo común divisor de dos números  $a$  y  $b$  es el número más grande que divide tanto a  $a$  como a  $b$ .

## Evaluación de unidad

- 1 Sebastián tiene una estatura mayor que la de Mauricio, pero menor que la de Edgar. Si Edgar mide 178 cm y Mauricio mide 176 cm, ¿cuál es la posible estatura de Sebastián?
- A. 179 cm                      B. 177 cm  
C. 180 cm                      D. 176 cm
- 2 La madre de Gabriela se ha comprado una tablet por un valor de 365 euros. El mismo día, se compró un pantalón de 27 euros y, como tenía hambre, fue a cenar a un restaurante, lo cual le valió 21 euros. Después de pagar, le quedaron 536 euros en el banco, ¿cuánto dinero tenía la madre de Gabriela antes de hacer las compras?
- A. 557 euros                      B. 584 euros  
C. 536 euros                      D. 949 euros
- 3 Miguel le regaló a su primo Jorge un computador portátil que le valió \$1.347.000 y un móvil que le costó \$866.000 menos que el ordenador. Si tenía \$2.000.000 para pagar, ¿cuánto dinero le sobró?
- A. \$1.828.000                      B. \$172.000  
C. \$213.000                      D. No le sobró
- 4 Mario tiene 11 años y es 4 años menor que su hermana. Entre los dos tienen 19 años menos que su madre, ¿cuántos años tiene la madre?
- A. 45                                  B. 40  
C. 55                                  D. 30
- 5 Pablo es conductor de autobús y me ha dicho que en cada viaje hace 240 km, viajando a una velocidad media de 80 km/h, ¿cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?
- A. 4 horas                              B. 3 horas  
C. 2 horas                              D. 5 horas
- 6 Miguel y su padre se llevan 25 años de edad. ¿Cuál es la edad de Miguel si dentro de 15 años, la edad de su padre será el doble de la suya.
- A. 12,5 años                              B. 10 años  
C. 12 años                              D. 15 años
- 7 El área del terrero destinado para la construcción de una biblioteca regional es  $250 \text{ m}^2$ , ¿cuál perímetro del terreno sí tiene forma cuadrada?
- A.  $50 \text{ m}^2$                               B. 62,5 m  
C. 50 m                                  D. 200 m
- 8 ¿Cuáles son las dimensiones de un terreno rectangular de  $867 \text{ m}^2$ , si el largo mide el triple de lo que mide el ancho?
- A. Ancho 15 m y largo 45m.  
B. Ancho 16 m y largo 48 m.  
C. Ancho 17 m y largo 51 m.  
D. Ancho 18 m y largo 54 m.
- 9 Laura quiere comprar lápices de color verde y morado. Los lápices verdes vienen en cajas de 100 unidades, mientras que los morados vienen en cajas de 40, ¿cuál es el número mínimo de cajas de cada color que debe comprar Laura para tener el mismo número de lápices tanto verdes como morados tanto verdes como morados?
- A. 2 cajas de lápices verdes y 5 cajas de lápices morados.  
B. 5 cajas de lápices verdes y 2 cajas de lápices morados.  
C. 5 cajas de lápices verdes y 5 cajas de lápices morados.  
D. 2 cajas de lápices verdes y 2 cajas de lápices morados.



## LAS MATEMÁTICAS EN EL CINE

**Talentos ocultos**

Nominada a tres premios Óscar, esta película cuenta la historia de tres mujeres afroamericanas que enfrentaban el racismo institucional cuando trabajaban en la Nasa, a comienzos de los sesenta.

Talentos ocultos, dirigida por Theodore Melfi y basada en hechos reales, devela la lucha de estas tres mujeres, quienes fueron el cerebro detrás de la mega operación de 1961 que llevó a lanzar al astronauta John Glenn a la órbita terrestre, un gran logro para la carrera espacial de Estados Unidos contra Rusia.

El largometraje biográfico rememora la historia de la matemática Katherine Johnson, quien calculó las trayectorias de lanzamiento y aterrizaje que hicieron posible el vuelo del proyecto Mercurio y la llegada del Apolo 11 a la luna en 1969. Paralelamente, expone la hazaña de sus colegas, Dorothy y Mary, con quienes Johnson trabajó desde el área de computación para gente de color. Juntas se enfrentan a una injusta cotidianidad que las invisibiliza y las menosprecia. Protocolos prohíben su presencia en juntas laborales, compañeros de trabajo blancos se apropian de la autoría de sus trabajos e incluso ella misma puede usar los mismos baños que sus colegas. Todo esto forma parte de la lógica de la realidad a la que pertenecen, una realidad en la que finalmente se impone la genialidad.

Este largometraje que fue nominado a *Mejor película*, *Mejor guion adaptado* y *Mejor actriz de reparto* en los premios de la Academia está inspirado en el libro de no-ficción *Hidden Figures* de Margot Lee Shetterly. El argumento de la historia representa un drama humano que explora lo que significa ser mujer y afrodescendiente en una época en la que los derechos y el respeto eran privilegios de blancos.

