Tabla de contenido

Estadística y probabilidad

Resolvamos

Te has preguntado: ¿para qué sirve la información?

En Colombia contamos con el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), cuyas funciones básicas para el desarrollo del país son generar las estadísticas oficiales sobre temas económicos y sociales y garantizar la disponibilidad, calidad e imparcialidad de la información.

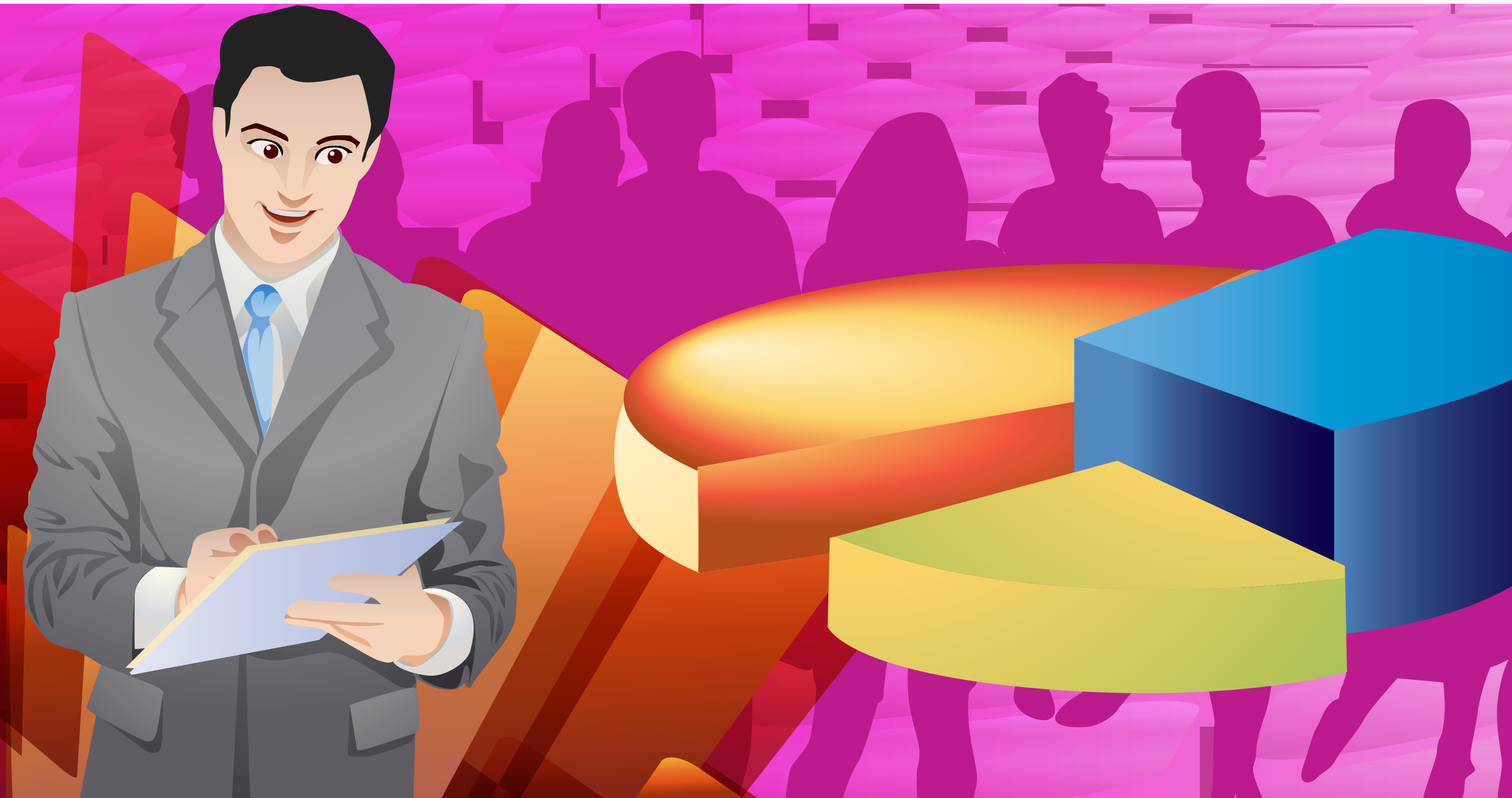
Algunas de sus investigaciones exigen el conteo del universo total de los individuos que participan en el fenómeno que se estudia, en este caso se trata de un censo.

En cambio, otras, que investigan solo algunos sectores significativos del universo, exigen una encuesta-muestreo.

Es interesante que conozcas los principales objetivos del DANE:

- Producir la información básica para el país
- Producir los indicadores económicos del país
- Producir los indicadores sociales del país
- Asegurar los estándares de calidad y la oportunidad de la información estadística
- Difundir la información y los servicios de la entidad
- Fomentar la cultura estadística en el país

La información del DANE está al servicio del público en general, quien puede consultarla por medio del banco de datos, página web (www.dane.gov.co), correo tradicional, correo electrónico, fax, suscripciones a boletines y publicaciones, telefónicamente, entre otros.



Referentes de calidad	Capítulos
Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).	1. Revisión de conocimientos básicos 2. Combinatoria y probabilidad
Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.	
Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, al tipo de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).	
Calculo probabilidad de eventos simples empleando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).	
Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explicito sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.	
Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.).	

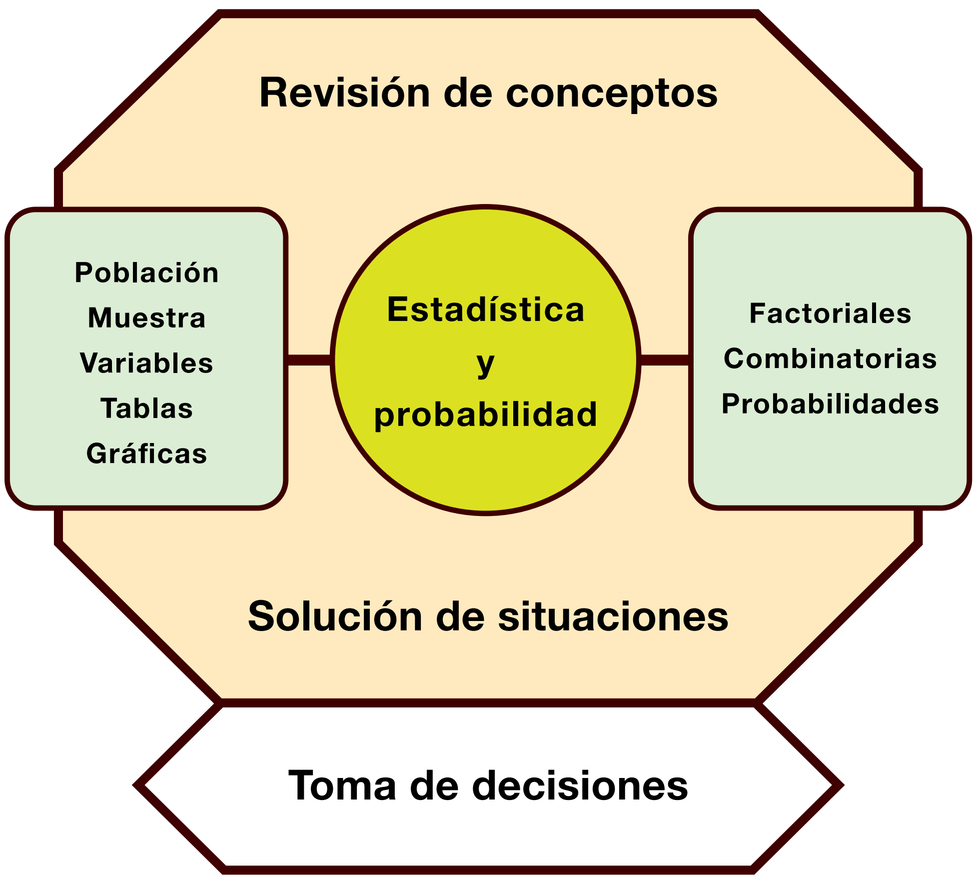
Revisión de conocimientos básicos

Las matemáticas se encuentran en todas las actividades humanas por sencillas o complicadas que estas sean. Unas de sus ramas son la estadística y la probabilidad; ciencias relativamente nuevas, que señalan un gran progreso en el análisis de fenómenos y situaciones determinados. La estadística procede mediante la inducción, es decir que parte de hechos y observaciones experimentales. Tiene una triple función: recoger datos selectivamente; organizar, resumir y entender la masa de datos recogida, y extraer conclusiones de la información obtenida de los colectivos que tanto las ciencias humanas como las de la naturaleza le proveen. Además, cuenta la estadística con una base matemática para proceder adecuada y razonablemente: **la teoría de la probabilidad**.

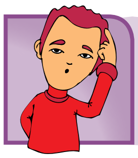
El estudio de esta unidad abre las puertas a un mundo nuevo: el del azar y de la investigación de fenómenos.

Algunos de los temas que estudiarás son la variación de fenómenos a tasa constante; crecimiento aritmético y geométrico; medidas de tendencia como moda, mediana, población y muestra; frecuencia, probabilidad de un fenómeno, entre otros.

Estos contenidos te ayudarán a obtener una mayor comprensión de fenómenos que suceden a tu alrededor y que, en la mayoría de ocasiones, parecen inciertos. Con su conocimiento, podrás tener una visión más confiable de muchos hechos futuros mediante situaciones ya estudiadas que te permitirán establecer analogías para resolver problemas en circunstancias semejantes.



Tema 1. Tratamiento y análisis de la información



Indagación

¿Te imaginas el tamaño de la población mundial para el año 2050?

¿Habrá suficientes alimentos y empleos para todos?

¿Crees que haya una forma de saberlo para prevenir problemas?

La población humana mundial es el número total de personas que viven en todo el mundo en un momento determinado.

La población mundial viene determinada por el nacimiento y la muerte de los individuos así como por su esperanza de vida.

Algunas estimaciones sobre la “cantidad de humanos que han vivido en toda la historia” fueron publicadas en la primera década del siglo XXI, obteniendo un rango de entre 100 y 115 mil millones de personas.

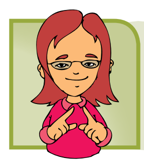
Estas estimaciones las realizó Carl Haub del Buró de Referencia Poblacional (PRB, por su sigla en inglés), en 1995, y una actualización en 2002, la cual arrojó un dato de 106 mil millones de personas.

Haub describe que el estimado requirió “seleccionar tamaños de población de diferentes puntos desde la Antigüedad hasta el presente y aplicar una tasa de natalidad a cada periodo”.

Dado que la población estimada del año 2002 fue de 6.2 mil millones, se puede inferir que aproximadamente el 6 % de toda la gente que ha vivido vivía en el 2002. En cambio, en el año 1970 existió el mito urbano de que el 75 % de todas las personas que habían existido estaba viviendo en esa década; visión que fue finalmente desechada.

El 30 de octubre de 2011, con el nacimiento de Danica Mae Camacho en Manila (Filipinas), el planeta alcanzó la cifra de 7 mil millones de habitantes.

Tomado de http://es.wikipedia.org/wiki/Poblaci%C3%B3n_mundial



Conceptualización

En los cursos anteriores hemos estudiado los conceptos básicos de la estadística; no obstante, los vamos a recordar a continuación, analizando el caso siguiente:

En un instituto educativo con un total de 50 estudiantes, se aplicó a 10 de ellos una prueba de lenguaje sobre 100 puntos, obteniendo los resultados: 53, 53, 53, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90.

Análisis

Población y muestra

Como el total de estudiantes del instituto educativo es 50 estudiantes, entonces la población es 50.
Como se aplicó la prueba a 10 estudiantes, entonces la muestra es 10.
La calificación en la prueba de lenguaje es la **variable**.

Recordemos la **tabla de frecuencias**:
Las tablas de frecuencias sirven para condensar o resumir la información:

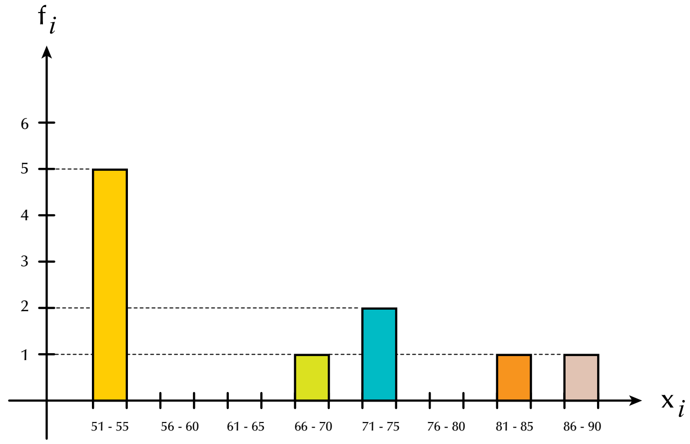
Variable (calificaciones) x_i	Conteo	Frecuencia absoluta simple f_i	Frecuencia relativa simple h_i $h_i = \frac{f_i}{N}$	Frecuencia porcentual simple $f_{\%}$ $f_{\%} = h_i(100)$	Frecuencia absoluta acumulada F_i $F_i = f_1 + f_2 + \ldots$	Frecuencia relativa acumulada H_i $H_i = h_1 + h_2 + \ldots$	Frecuencia porcentual acumulada $F_{\%}$ $F_{\%} = h_i(100)$
51-55	~~IIII~~	5	0.5	50	5	0.5	50
56-60		0	0	0	5	0.5	50
61-65		0	0	0	5	0.5	50
66-70	I	1	0.1	10	6	0.6	60
71-75	II	2	0.2	20	8	0.8	80
76-80		0	0	0	8	0.8	80
81-85	I	1	0.1	10	9	0.9	90
86-90	I	1	0.1	10	10	1.0	100
Total		10	1.0	100			

Gráficas

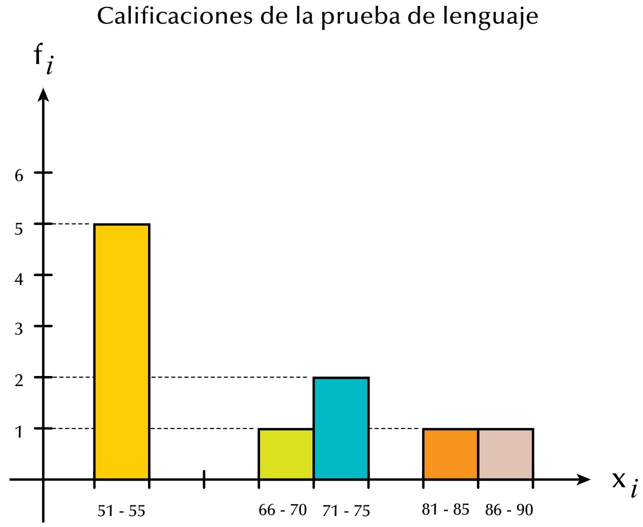
La información recopilada puede condensarse o resumirse también en las siguientes gráficas: barras, histograma, polígono de frecuencias o gráfica circular. Recordémoslas todas:

Diagrama de barras

Calificaciones de la prueba de lenguaje

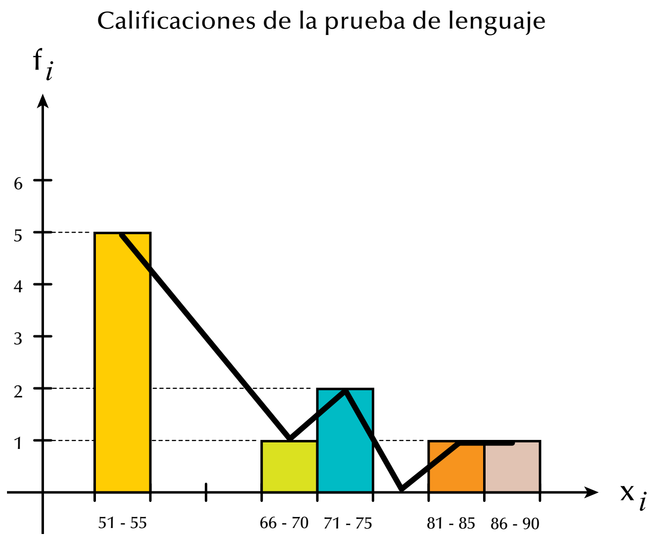


Histograma



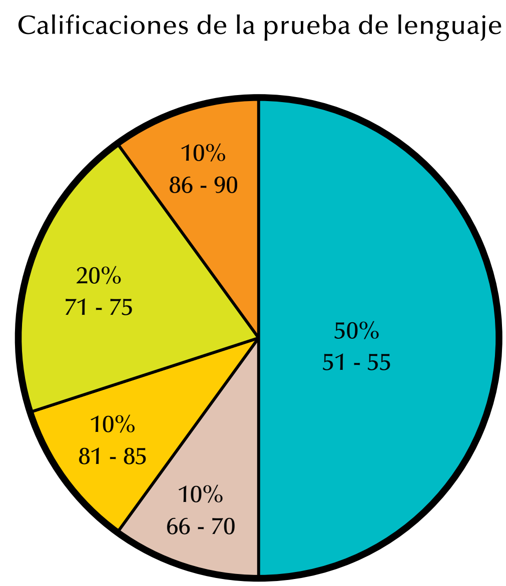
La diferencia entre el diagrama de barras y el histograma es que en el caso de las barras estas tienen un espacio entre ellas, mientras que en el histograma las barras van pegadas.

Polígono de frecuencias



Observa que los segmentos que forman el polígono de frecuencias parten del punto medio de cada una de las barras

Gráfica circular



Resumiendo:

Estadística: Es la rama de la matemática que nos permite recoger, organizar y analizar datos. Existen dos conceptos importantes en la estadística que nos permiten analizar y estudiar dichos datos, estos son población y muestra.

Población: Es el conjunto de datos que caracteriza el fenómeno que se desea estudiar.

Muestra: Es un subconjunto de la población a estudiar, el cual es necesario que sea representativo de toda la población.

Gráfica: Es una representación de la relación entre variables. Muchos tipos de gráficos aparecen en estadística, según la naturaleza de los datos involucrados y el propósito de la gráfica, que corresponden a representar los valores tabulados obtenidos de los muestreos o los datos del total de la población.

Distribución de frecuencia: Al resumir grandes colecciones de datos, es útil distribuirlos en clases o categorías y determinar el número de individuos que pertenecen a cada clase llamado **frecuencia de clase**.

Una disposición tabular de los datos por clases junto con las frecuencias correspondientes de clase se denominan distribuidores de frecuencia o **tablas de frecuencia**.

Encuestas

La encuesta es la captación, conscientemente planeada y registrada en actas o cuestionarios de hechos, opiniones, juicios y motivaciones sociales. Los datos se consiguen por medio de la respuesta oral o escrita a una serie de preguntas formuladas a un determinado grupo de personas.

Las encuestas tienen como objetivo obtener información de importancia para la planeación nacional en rublos, tales como producción agrícola y uso de la tierra, desempleo y tamaño de la fuerza de trabajo, producción nacional, precios de mayoreo y menudeo, condiciones de salud del pueblo, ingresos y gastos familiares, etc. Sin embargo, existen encuestas más especializadas, por ejemplo: deuda rural, costos de construcción de vivienda y empleo de científicos e ingenieros en la industria.

La encuesta recopila datos que se consiguen mediante la respuesta oral o escrita a una serie de preguntas formuladas a un determinado grupo de personas.

Censos

La boleta censal es un formulario integrado con los datos más importantes de los miembros de un grupo, por ejemplo: nombre, edad, sexo, estado civil, nacionalidad, lugar de nacimiento, idioma y características económicas, educativas, religiosas. Se usa en el estudio de cómo se presenta un fenómeno dado en la población de un país, una fábrica, una escuela, etc.

Los censos dan un conocimiento, medianamente exacto, de la extensión y la densidad; la composición religiosa, económica, educativa; el porcentaje de nacimientos, defunciones y matrimonios; las esperanzas de vida, y de otras características de una población. También proporcionan un conocimiento de los cambios cuantitativos que sufrió, en el curso del tiempo, una población en cada uno de los aspectos anteriores, los cuales ya habrían sido estudiados en censos previos.

Entonces, se denomina censo, en estadística descriptiva, al recuento de individuos que forman una población estadística, definida como un conjunto de elementos de referencia sobre el que se realizan las observaciones.

El censo de una población estadística consiste, básicamente, en obtener el número total de individuos mediante las más diversas técnicas de recuento.

Tomado de http://es.wikipedia.org/wiki/Censo_(estad%C3%ADstica)

Progresión aritmética

Veamos el caso siguiente:

Gregorio ha leído hasta la página 72 de un libro de literatura de 250 páginas. Si a partir del día lunes se propone leer diariamente 17 páginas, ¿cuántas habrá leído al concluir el sábado si cumplió su promesa? Analicemos el aumento del número de páginas leídas por día. Para ello, conozcamos la definición de progresión aritmética.

Progresión aritmética es una serie de términos que aumentan o disminuyen en una cantidad constante llamada razón de la progresión. Una progresión aritmética es creciente o ascendente cuando la razón es positiva y decreciente o descendente cuando la razón es negativa.

Elaboremos una tabla en la que consignemos los días, el total de páginas leídas, el crecimiento y el total de páginas leídas al día siguiente:

Días	Páginas Leídas	Crecimiento	Páginas leídas al día siguiente
Lunes	72	+17	89
Martes	89	+17	106
Miércoles	106	+17	123
Jueves	123	+17	140
Viernes	140	+17	157
Sábado	157	+17	174

Al llegar el fin de semana habrá leído hasta la página 174.

Observa el crecimiento de la progresión de la última columna de la tabla anterior.

Si T1 = primer término,

T2 = segundo término… y

R = crecimiento, entonces puede decirse lo que sigue:

El primer término más el crecimiento es igual al segundo término; el segundo término más el crecimiento es igual al tercer término, y así sucesivamente.

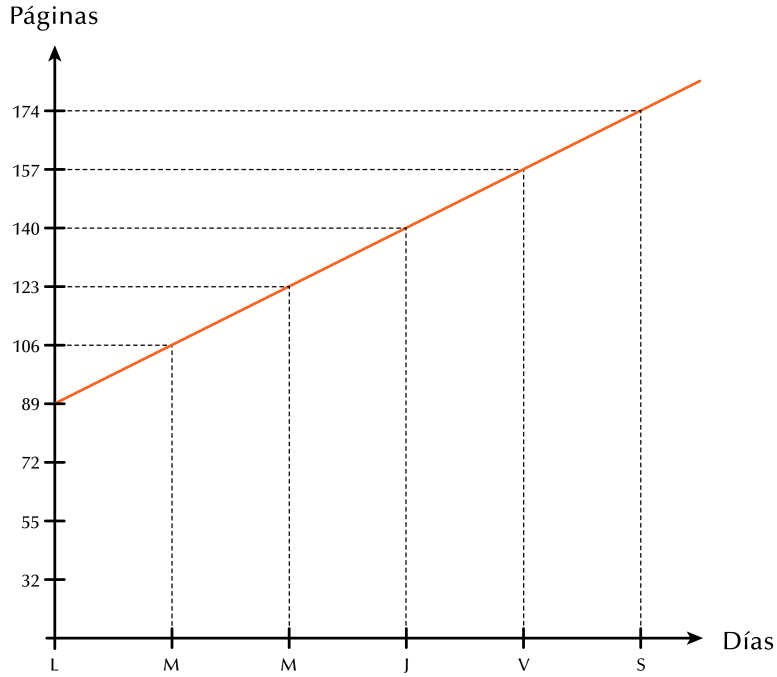
Como la persona leyó 17 páginas el primer día (lunes), a partir de la página 72, el segundo día lee a partir de la página 89, entonces simbólicamente escribiremos:

T2 = T1 + R = 89 + 17 = 106 (martes),

T3 = T2 + R = 106 + 17 = 123 (miércoles)….

Y así podemos seguir comprobando en cuál página ha quedado cada día. Esta progresión representa un **crecimiento aritmético.**

Podemos graficar el crecimiento aritmético en el plano cartesiano, y para nuestro ejemplo de las páginas leídas obtenemos una recta:



Medidas en estadística

Mediante las medidas estadísticas logramos resumir la información y conocemos algunos datos importantes que nos permiten emitir conclusiones sobre las poblaciones y hacer comparaciones entre ellas.

En los cursos anteriores ya hemos estudiado las medidas de centralización o medidas de tendencia central.

El cuadro siguiente nos muestra una clasificación general de las medidas estadísticas:

Medidas estadísticas

Centralización	Posición	Dispersión	Forma
Indican los valores en torno a los cuales parece agruparse todo el conjunto.	Dividen al conjunto ordenado de datos en grupos de igual número de elementos.	Indican la mayor o menor concentración de los datos con respecto a las medidas de centralización.	Comparan la forma que tiene la representación gráfica: histograma o diagrama de barras, con la distribución normal.
Las medidas son: **Moda** **Media** **Mediana**	Las medidas son: **Cuartiles** **Deciles** **Percentiles** **Rango intercuartílico**	Las medidas son: **Varianza** **Desviación típica** **Coeficiente de variación** **Rango o recorrido** **Desviación media**	Las medidas son: **Asimetría** **Apuntamiento o curtosis**

Recordemos:

Medidas de centralización o de tendencia central

Tomando en cuenta los datos de las calificaciones de la prueba de lenguaje: 53, 53, 53, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90, vamos a identificar la moda, la mediana y la media aritmética o promedio.

Moda (Mo): 53, **53**, **53**, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90.
No olvidemos que la moda (Mo) es el dato que más se repite.

Mediana (Me): 53, 53, 53, 54, $\boxed{55, 70,}$ 75, 75, 85, 90.

$$\frac{55+70}{2}=\frac{125}{2}=62.5$$

Me = 62.5 que se aproxima a 63 por tener la primera cifra decimal igual o mayor que 5.
Recordemos que cuando el **número de datos es impar**, la Me es el dato que se encuentra en el centro del conjunto ordenado y cuando el **número de datos es par**, se promedian los dos datos centrales del conjunto ordenado.

Media aritmética, media, o promedio ($\overline{x}$): 53, 53, 53, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90

$$\overline{x} = \frac{53 + 53 + 53 + 54 + 55 + 70 + 75 + 75 + 85 + 90}{10} = \frac{633}{10} = 63.3$$

Como en 63.3 la cifra decimal es menor que 5, entonces dejamos solamente 63.

Recuerda que la media o promedio es la sumatoria de la distribución de datos, dividida entre el total de ellos.

Aplicación

Realiza los ejercicios siguientes y compara tus resultados con algunos compañeros

1. Se tiene el conjunto de datos {3, 9, 12, 5, 6}.

   a. Ordénalo.
   b. Identifica la moda, la mediana y la media aritmética.

2. Un galpón sacrifica pollos diariamente, para la venta. El número de pollos sacrificados en los últimos 10 días son 25, 27, 35, 28, 30, 24, 25, 29, 32, 37.

   a. Ordena el conjunto de datos.
   b. Encuentra la moda, la mediana y la media aritmética.

3. Las edades de un grupo de 10 estudiantes de un curso son 15, 17, 15, 18, 10, 14, 15, 19, 12, 17. Encuentra la moda, la mediana y la media aritmética.
4. En un vivero se lleva el registro de las hojas que tienen las plantas en una fecha determinada. Se tomaron ocho plantas al azar y se encontró que el número de hojas que tiene cada una de ellas es: 9, 8, 7, 5, 8, 6, 8, 9. Ordena el conjunto y encuentra las medidas de centralización.
5. Los siguientes son conteos del número de cromosomas en una planta: 29, 28, 28, 27, 28, 29, 29, 29, 30, 26, 24, 29.

   a. Elabora la tabla de frecuencias simples y acumuladas.
   b. Identifica el menor valor, el mayor valor, la moda, la mediana y la media aritmética.

6. Dada la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Intervalos	f_i	F_i	h_i	H_i
(07.7-11.7]	18	18	18/90	18/90
(11.7-15.7]	13	31	13/90	31/90
(15.7-19.7]	24	55	24/90	55/90
(19.7-23.7]	17	72	17/90	72/90
(23.7-27.7]	13	85	13/90	85/90
(27.7-31.7]	0	85	0/90	85/90
(31.7-35.7]	4	89	4/90	89/90
(35.7-39.7]	1	90	1/90	90/90
Total		90		90/90

   Representa la información en un histograma.

7. Los siguientes datos expresan el rendimiento en kilogramos de las plantas de maíz atacadas por el barrenador europeo:

3.81	6.81	7.49	4.56	7.16	8.61	3.86
6.78	9.02	8.65	8.65	6.72	5.26	10.34

(Información tomada de Infante S. y Zárate G., 1990, p. 20).

   a. Indica la moda, la mediana y la media.
   b. Grafica un diagrama de barras que muestre la situación.

8. Considera los siguientes datos sobre la concentración de globulina receptora, para una muestra de mujeres con pruebas de laboratorio de evidente anemia por deficiencia de hierro:

15.2	9.3	7.6	11.9	10.4	9.7
20.4	9.4	11.5	16.2	9.4	8.3

(Información tomada de Devore J. L., 1998, p. 21).

Indica la moda, la mediana y la media.

9. Los cinco primeros términos de una progresión aritmética son 4, 7, 10 y 13.

   a. Descubre el crecimiento (R) o diferencia entre dos términos cualesquiera.
   b. Encuentra los 5 términos que siguen en la progresión.

10. Una progresión aritmética empieza con los valores 8, 3, -2, -7,….

   a. Encuentra el valor de R o diferencia entre dos términos cualesquiera.
   b. Escribe los 5 términos siguientes de la progresión dada.

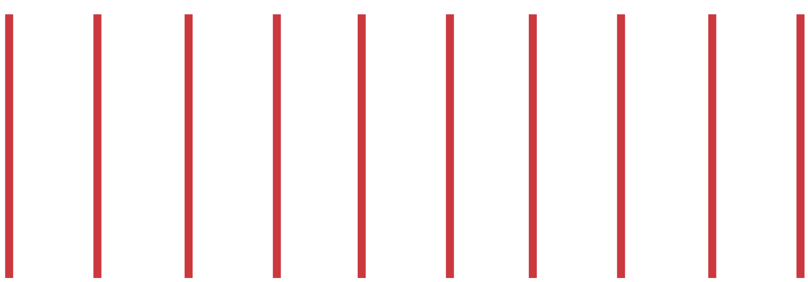
Entendemos por…

Crecimiento aritmético la progresión que aumenta por adición de una cantidad constante llamada razón.

Diversión matemática

Diez en uso

Un niño reunió 10 palitos de bombones que puso en la mesa como indica el dibujo.



Legó su hermanita con 4 palitos, los colocó sobre los otros y el niño quedó sorprendido cuando vio que no había diez sino uno.
Discute con algunos compañeros cómo hizo la niña para sorprender a su hermano.

Día a día

Sin tiempo para la escuela

Estudia el relato siguiente y comenta tus conclusiones con varios compañeros.

"Pero no tengo tiempo para la escuela –explicaba Eddie al preceptor–.

Duermo ocho horas diarias que, sumadas, dan 122 días por año, suponiendo que cada día es de 24 horas. No hay clases los sábados ni los domingos, que suman 104 días por año.

Tenemos 60 días de vacaciones de verano. Necesito tres horas diarias para comer..., esto es más de 45 días al año.

Y necesito al menos dos horas diarias de recreación... que suman más de 30 días al año".

Eddie escribió estas cifras mientras hablaba, después sumó todos los días. La suma daba 361.

Sueño (8 horas diarias)	*122*
Sábados y domingos	*104*
Vacaciones de verano	*60*
Comidas (3 horas diarias)	*45*
Recreación (2 horas diarias)	*30*
Total	*361 días*

"Ya ve –continuó Eddie–; eso me deja tan solo cuatro días para estar enfermo y en cama, y ni siquiera he tomado en cuenta los siete feriados escolares que tenemos cada año".

El preceptor se rascó la cabeza.

"Algo no anda bien aquí", –murmuró–.

Pero por más que se esforzó, no pudo encontrar nada equivocado en las cifras de Eddie. ¿Puedes explicar dónde está el error?

Solución

La trampa de las cifras de Eddie es que las categorías de tiempo se superponen de modo que los mismos periodos de tiempo se cuentan más de una vez. Para dar un ejemplo, durante su periodo de vacaciones de 60 días también comió y durmió. El tiempo de comer y dormir se cuenta en el periodo de vacaciones y también aparte en el tiempo insumido para comer y dormir durante todo el año.

La falacia de superponer categorías es muy común en las estadísticas, especialmente en el caso de las estadísticas médicas. Podemos leer que en ciertas comunidades, el 30 por ciento de las personas tienen una deficiencia de vitamina A, el 30 por ciento tienen deficiencia de vitamina B y otro 30 por ciento tienen deficiencia de vitamina C. Si a partir de esto sacamos la conclusión de que solo el 10 por ciento de la población no tiene deficiencia de estas tres vitaminas, habremos realizado el mismo razonamiento defectuoso que Eddie utilizó en su charla con el preceptor: Es posible que el 30 por ciento de la población tenga deficiencias de las tres vitaminas, lo que dejaría al 70 por ciento de la población en la categoría de los que no tienen ninguna deficiencia.

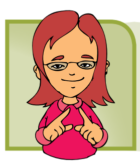
Tomado de http://www.librosmaravillosos.com/matematicaparadivertirse/seccion09.html

Tema 2. Medidas de posición, dispersión y forma

Indagación

Verifica que dado el conjunto de datos: {20, 22, 23, 23, 24, 25, 25, 27}:

La media = 23.62, aproximadamente 24.
La mediana = 23.5, aproximadamente 24.
La moda = 23.25, aproximadamente 23.



Conceptualización

Medidas de posición

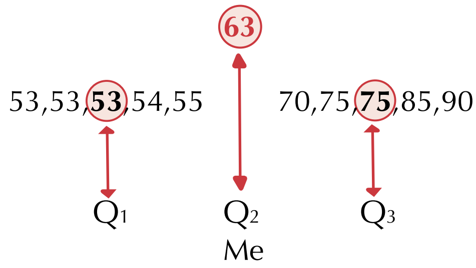
Tomamos el conjunto ordenado de datos y lo dividimos en subconjuntos o intervalos. Dependiendo del número de partes en que separemos nuestro conjunto, tendremos:

Cuartiles: Dividen el conjunto en 4 intervalos por medio de tres datos importantes que llamaremos primer cuartil (Q_1), segundo cuartil (Q_2) y tercer cuartil (Q_3).

Retomemos nuestro ejemplo de la prueba de lenguaje:
Primero identificamos la mediana.Recuerda que ya la calculamos así:

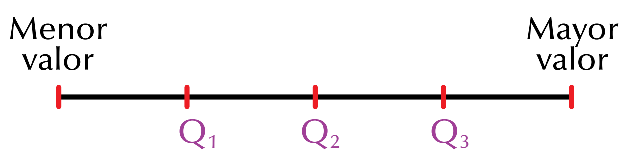
$$53, 53, 53, 54, \boxed{\mathbf{55, 70},} 75, 75, 85, 90. \longrightarrow \frac{55+70}{2} = \frac{125}{2} = 62.5$$

Me = 62.5 que aproximamos a 63. La mediana nos da el segundo cuartil, es decir, Me = Q_2.
Cada mitad en que la mediana (Me) o segundo cuartil (Q_2) nos divide al conjunto ordenado es ahora dividido en dos partes, así:



Q1 marca la cuarta parte del conjunto.
Q2 marca la mitad del conjunto (Me = Q_2).
Q3 marca las tres cuartas partes del conjunto.
Observemos que los cuartiles son 3 valores que nos dividen el conjunto ordenado en 4 partes iguales.

Si un segmento de recta representa el conjunto, marcaremos en él los cuartiles así:



Deciles: Son los nueve valores que dividen al conjunto de datos ordenados en diez partes iguales.

En este caso, la mediana (Me) es el quinto decil, quedando 4 deciles a cada lado de la Me:

$$Me = D_5$$

Percentiles: Son 99 valores que dividen en cien partes iguales al conjunto de datos ordenados.

Aquí la mediana (Me) es el quincuagésimo percentil, o sea, el percentil que ocupa el puesto número 50, quedando 49 percentiles a cada lado de la Me:

$$Me = P_{49}$$

Rango intercuartílico: La diferencia entre los cuartiles tercero y primero se denomina rango intercuartílico:

$$R_{3-1} = Q_3 - Q_1.$$

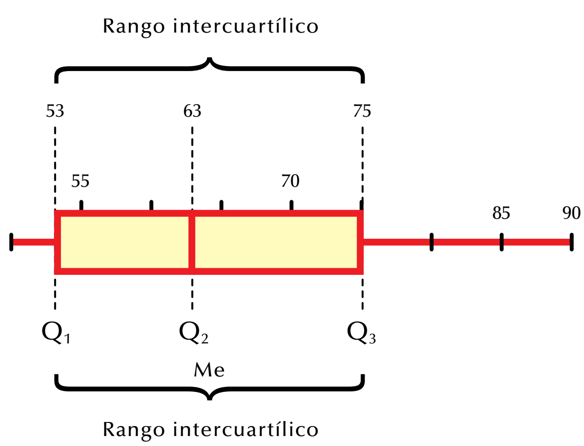
El rango intercuartílico nos muestra una franja en la que se encuentra el 50 % de la población.

En nuestro ejercicio de la prueba de lenguaje vimos que los cuartiles son los valores:

$Q_1 = 53$; $Q_2 = 63$ (mediana)
$Q_3 = 75$ y $R_{3-1} = Q_3 - Q_1 = 75 - 53 = 22$
(rango intercuartílico).

Diagramas de cajas

Los diagramas de cajas o caja-bigotes (**boxplots** o **box and whiskers**) son presentaciones visuales que describen varias características importantes al mismo tiempo, tales como la dispersión y la simetría. Para su realización se representan los tres cuartiles y los valores mínimo y máximo de los datos, sobre un rectángulo, alineado horizontal o verticalmente. Representemos la situación que venimos estudiando sobre la prueba de lenguaje:



En este caso el dato menor coincide con el primer cuartil: $x_1 = Q_1 = 53$.

Además, sabemos que la mediana coincide con el segundo cuartil: $Me = Q_2 = 63$.

Vimos que el tercer cuartil es 75 y el último valor o mayor valor es $x_n = 90$.

El rango intercuartílico es $Q_3 - Q_1 = 75 - 53 = 22$.

Estudiemos el próximo caso y analicemos otra manera de realizar los cálculos para identificar sus cuartiles y construir sus diagramas de cajas.
En una fábrica se presenta la lista de las edades de 20 trabajadores:

36	25	37	24	39	20	36	45	31	31
39	24	29	23	41	40	33	24	34	40

Vamos a hacer su representación mediante diagramas de cajas.

Análisis

Ordenamos los datos:

20 23 24 24 24 25 29 31 31 33 34 36 36 37 39 39 40 40 41 45

Calculamos los cuartiles:

Q_1, el cuartil primero, es el valor mayor que el 25 % de los valores de la distribución.

Como el total de datos es N = 20, resulta que N/4 = 20/4 = 5; el primer cuartil es la media aritmética de dicho valor que corresponde a:

$$\mathbf{Q_1 = (24 + 25)/2 = 24.5.}$$

Q_2, el segundo cuartil, es, evidentemente, la mediana de la distribución; es el valor de la variable que ocupa el lugar central en un conjunto de datos ordenados.

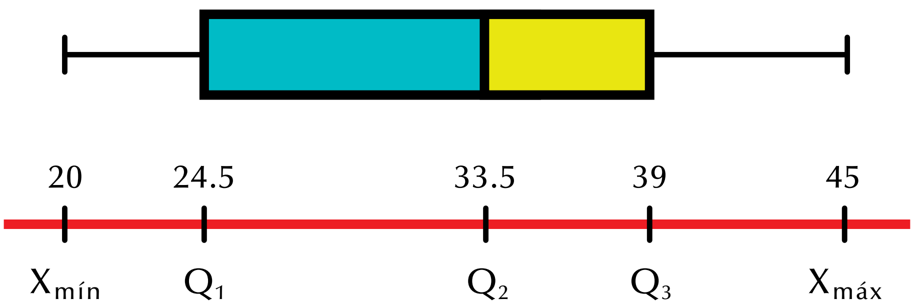
Como N/2 = 20/2 = 10, la mediana es la media aritmética de dicho valor que representa lo siguiente:

$$\mathbf{Me = Q_2 = (33 + 34)/2 = 33.5.}$$

Q_3, el tercer cuartil, es el valor que sobrepasa al 75 % de los valores de la distribución. En nuestro caso, como 3N/4 = 3(20)/4 = 60/4 = 15, resulta

$$\mathbf{Q_2 = (39 + 39) / 2 = 39.}$$

Dibujemos la caja y los bigotes:



El "bigote" de la izquierda representa al colectivo de edades ($X_{mín}$, Q_1).La primera parte de la caja representa a (Q_1, Q_2),

La segunda parte de la caja representa a (Q_2, Q_3)

El "bigote" de la derecha viene dado por (Q_3, $X_{máx}$).

El diagrama de cajas nos da información importante. Por ejemplo nos dice:

- La parte izquierda de la caja es mayor que la de la derecha; ello quiere decir que las edades comprendidas entre el 25 y el 50 % de la población está más dispersa que entre el 50 y el 75 %.
- El bigote de la izquierda (Xmím, Q_1) es más corto que el de la derecha; por ello, el 25 % de los más jóvenes están más concentrados que el 25 % de los mayores.
- El rango intercuartílico es Q_3 - Q_1 = 14.5; es decir, el 50 % de la población está comprendido en 14.5 años.
- La mayor utilidad de los diagramas caja-bigotes es para comparar dos o más conjuntos de datos.

Medidas de dispersión

Como vimos, las medidas de tendencia central tienen como objetivo el sintetizar los datos en un valor representativo. Ahora veremos que las medidas de dispersión nos dicen hasta qué punto estas medidas de tendencia central son representativas como síntesis de la información.

Para ello, las medidas de dispersión cuantifican la separación, la dispersión y la variabilidad de los valores de la distribución respecto al valor central.

Entre las medidas de dispersión tenemos:

Rango o recorrido (R_e): Es la diferencia entre el valor mayor y el valor menor de un conjunto de datos:

$$R_e = x_{máx} - x_{mín}.$$

Dados los datos de la prueba de lenguaje: 53, 53, 53, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90, encontremos el rango.

$$x_{máx} = 90$$
$$x_{mín} = 53$$

Rango = $R_e = x_{max} - x_{min}$.
Rango = R_e = 90 - 53 = 37.
El rango del conjunto 53, 53, 53, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90 es 37.

Si la variable es no agrupada, el rango es la diferencia entre los valores mayor y menor de la variable.

Si la variable es agrupada, el rango es la diferencia entre el extremo superior del último intervalo y el extremo inferior del primer intervalo.

El rango solo tiene en cuenta los valores extremos, por lo que no influyen en él los demás elementos de la distribución.

Varianza (S^2): Es el promedio del cuadrado de las distancias entre cada observación y la media aritmética del conjunto de observaciones.

Para calcular la varianza, primero buscamos la media aritmética, después se la restamos a cada dato, luego elevamos al cuadrado, realizamos la suma de las diferencias que están al cuadrado y, por último, las dividimos entre el número de datos.

Esto lo entendemos mejor con el ejemplo de las calificaciones de la prueba de lenguaje:

53, 53, 53, 54, 55, 70, 75, 75, 85, 90.

Recordemos que la media aritmética es:

$$\bar{x} = \frac{53 + 53 + 53 + 54 + 55 + 70 + 75 + 75 + 85 + 90}{10} = \frac{633}{10} = 63.3$$

Tomamos la media aritmética $\bar{x} = 63$ y realizamos la tabla:

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
53	53-63= -10	$(-10)^2 = 100$
53	53-63= -10	$(-10)^2 = 100$
53	53-63= -10	$(-10)^2 = 100$
54	54-64= -9	$(-9)^2 = 81$
55	55-63= -8	$(-8)^2 = 64$
70	70-63= 7	$(7)^2 = 49$
75	75-63= 8	$(8)^2 = 64$
75	75-63= 12	$(12)^2 = 144$
85	85-63= 22	$(22)^2 = 484$
90	90-63= 27	$(27)^2 = 729$
	Total	1,915

La varianza (s^2) es $s^2 = \frac{1{,}915}{10} = 19.15$

Todo el proceso anterior lo recopilamos en la siguiente fórmula:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

en donde el símbolo $\sum$ se lee "sumatoria de…" o "la suma de…" y el símbolo $\sum_{i=1}^{n}$ se lee "sumatoria desde el primer término hasta el último".

En nuestro ejercicio reemplazando la fórmula, tenemos:

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1{,}915}{10} = 19.15$$

Desviación típica o desviación estándar (s): Se define como la raíz cuadrada positiva de la varianza:

$$\sqrt{s^2} = s$$

Así, si la varianza de nuestro ejercicio es $s^2 = 19.15$, entonces la desviación típica, llamada también desviación estándar, corresponde a

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{19.15} = 4.376...$$

El cociente entre la media aritmética y la desviación típica o estándar se conoce como **coeficiente de variación (Cv).**

En nuestro ejemplo de las calificaciones de lenguaje, el coeficiente de variación corresponde a

$$\mathrm{Cv} = \frac{\bar{x}}{s} = \frac{63.3}{4.37} = 14.5$$

Desviación media: Esta medida calcula la media de todas las desviaciones, entendidas como las distancias de cada dato de la distribución y la media o promedio de todos ellos.

Veamos un ejemplo.

Los siguientes son puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes, en un examen, sobre 199 puntos:

50, 53, 55, 60, 62, 70, 75, 83, 85, 90.

En primer lugar, debe calcularse la media de estos puntajes:

$$\text{media} = \frac{50+53+55+60+62+70+75+83+85+90}{10} = 68.3$$

Verifica ese valor con tu calculadora.

Ahora se calcula la desviación o variación de cada puntaje, es decir, sus distancias a la media:

50 - 68.3 = - 18.3	53 - 68.3 = - 15.3	55 - 68.3 = - 13.3
60 - 68.3 = - 8.3	62 - 68.3 = - 6.3	70 - 68.3 = 1.7
75 - 68.3 = 6.7	83 - 68.3 = 14.7	85 - 68.3 = 16.7
	90 - 68.3 = 21.7	

El signo negativo señala que la dirección de los desvíos es hacia la izquierda. Sin embargo, se puede hacer caso omiso de los signos si lo único que interesa es conocer la distancia que hay de la media de cada desviación hacia los valores obtenidos, y así calcular la variación promedio:

$$\frac{18.3+15.3+13.3+8.3+6.3+1.7+14.7+16.7+21.7}{10}=12.3$$

La desviación media es igual a la suma de los valores absolutos de las desviaciones, dividida entre el número de datos. Es decir, la desviación media es 12.3 y también es la media de las distancias, sin tomar en cuenta la dirección o signo (+ o –) a partir de la media o promedio. Todo ello puede sintetizarse en la siguiente expresión:

$$\text{Desviación media} = \frac{\sum_{i=1}^{N} |X_i - \overline{X}|}{N}$$

Σ = sumatoria
X = medición
$\overline{X}$ = media
N = número de mediciones

Las líneas verticales indican que solo se toman valores absolutos.

Es interesante verificar que la suma de las desviaciones con respecto a la media siempre es cero.

Es por eso que se toman los valores absolutos de las desviaciones y se dividen entre el número de ellas para obtener una medida confiable de la variación, a la que se le da el nombre de **desviación media.**

Medidas de forma

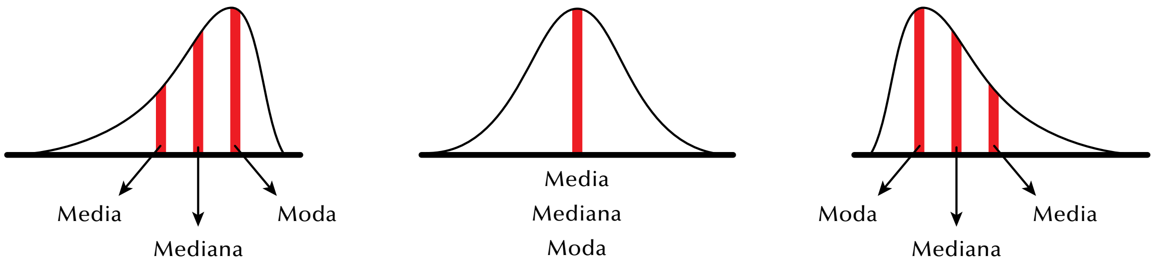
Comparan la forma que tiene la representación gráfica, bien sea el histograma o el diagrama de barras de la distribución, con la distribución normal.

Asimetría: Diremos que una distribución es simétrica cuando su mediana, su moda y su media aritmética coinciden; por tanto, es asimétrica cuando estas medidas no coinciden.

Es asimétrica hacia la izquierda cuando la media es menor que la mediana y la moda.

Es asimétrica hacia la derecha cuando la moda es mayor que la mediana y la media.

Observemos las gráficas de simetría y asimetría:

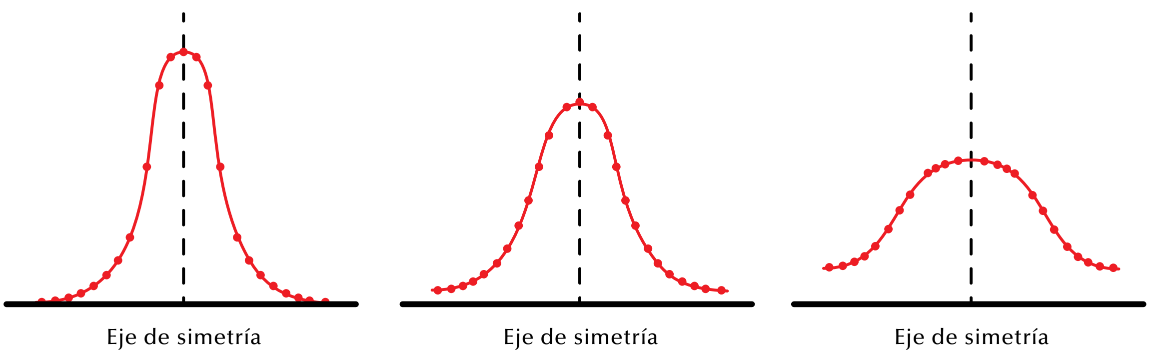


Asimétrica hacia la izquierda — Simétrica — Asimétrica hacia la derecha

El estudio de los valores alrededor de la media aritmética de denomina **apuntamiento** o **curtosis**.

Si la concentración de valores es alta se denomina **leptocúrtica**, si la concentración de valores es media se llama **mesocúrtica** y si la concentración de valores es baja toma se nombre es **platicúrtica.**

CURVA LEPTOCÚRTICA — CURVA MESOCÚRTICA — CURVA PLATICÚRTICA



Aplicación

Copia en tu cuaderno los siguientes ejercicios, soluciónalos y compara con algunos de tus compañeros.

El número de días necesarios por 10 equipos de trabajadores para terminar 12 instalaciones de iguales características han sido 21, 32, 15, 59, 60, 61, 64, 60, 71, 40, 29 y 80 días.

1. Ordena el conjunto de menor a mayor.
2. Identifica la moda (Mo).
3. Encuentra la mediana (Me).
4. Calcula la media aritmética.
5. Halla el rango.
6. Ubica los cuartiles y construye el diagrama de cajas.

7. Elabora la tabla de frecuencias que tenga las siguientes columnas: variable, conteo, frecuencias absolutas simples, frecuencias relativas simples, frecuencias porcentuales simples,frecuencias absolutas acumuladas,frecuencias relativas acumuladas y frecuencias porcentuales acumuladas,con los datos que elijas.
8. Dibuja el polígono de frecuencias que represente la situación.
9. Calcula la varianza y la desviación estándar.
10. Revisa la simetría o asimetría de la distribución.

Entendemos por…

Diagrama al gráfico cuyo tipo de esquema de información representa datos numéricos tabulados.

Diversión matemática

Jirafas familiares

Piensa la solución de este acertijo:

Un grupo de turistas visitó un zoológico en el que encuentran dos jirafas: una grande y otra pequeña. El guía muy diligente les dice: “La pequeña es hija de la grande pero la grande no es madre de la pequeña”.

¿Qué explicación tendrá el guía para los turistas?

Día a día

Alimentación de los caballos

Los caballos son excelentes habitantes del campo y grandes colaboradores, por eso el dueño llega a quererlo como un miembro de la familia.

En cuanto a su alimentación, la cantidad de comida que un caballo necesita depende de su edad, de su estado de salud y de los esfuerzos que se le exijan.

Un caballo joven debe ser alimentado de manera diferente que a un caballo adulto.

Los carbohidratos aportan energía, las proteínas son necesarias para desarrollar los músculos, los cascos, el pelo...

Al igual que los humanos, los caballos soportan más el hambre que la sed, por eso el agua que se le suministre al caballo debe ser limpia y fresca para evitar que adquiera enfermedades.

Generalmente, un caballo necesita entre 1-1,5 kilos de alimento por cada 45 kilos de peso corporal. Recuerda que estos animales son herbívoros. El sistema digestivo de los herbívoros se adapta a la digestión de pastos y otras plantas. Cuando en un establo se tienen muchos caballos, puede medirse el promedio del peso de los animales para calcular el consumo de alimento promedio en kilos ya sea diario, semanal o mensual.

Tomado de http://animalmascota.com/comida-para-los-caballos/

Combinatoria y probabilidad

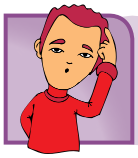
En la actualidad, se ha hecho familiar el empleo de técnicas estadísticas para el estudio de los problemas sociales. Una de ellas es la teoría de las probabilidades que se caracteriza por el amplio campo de aplicaciones que posee, el cual se extiende a todas las ramas de las ciencias naturales, la tecnología y las ciencias sociales. Esto se debe a que la teoría de las probabilidades permite estudiar y "medir" la **incertidumbre** que forma parte de casi todo lo que ocurre a nuestro alrededor, hacer predicciones y tomar decisiones.

La mayoría de los problemas que se interesan por las probabilidades pueden formularse con muy poca herramienta matemática y, en ocasiones, resultan pintorescos y hasta graciosos.

Como es necesario aplicar conceptos de factorial y combinatoria, para resolver situaciones de probabilidades, entonces estudiaremos estos aspectos en esta unidad.

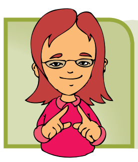
Tema 1.
Combinatoria

Indagación



Lucy quiere adquirir varios vestidos pero armados con pocas prendas, así que adquiere 3 blusas y 2 faldas.

Como Lucy quiere saber cuántos vestidos (falda-blusa) podrá formar, ayudémosle a realizar las combinaciones.

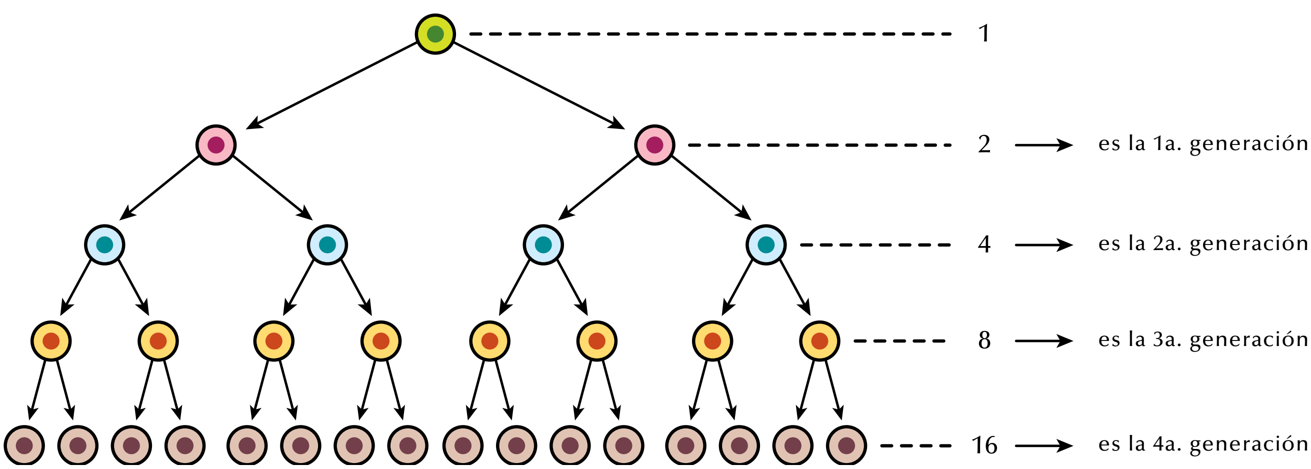


Conceptualización
Crecimientos exponenciales

En la naturaleza existen fenómenos que tienen un modelo matemático, especialmente en cuanto a progresiones se refiere. Como ejemplo presentamos lo siguiente:

La mitosis o cariocinesis es un proceso de reproducción celular, mediante el cual una célula reparte por igual la sustancia nuclear, llamada cromatina, en sus dos hijas resultantes; a su vez, cada una de ellas repite el proceso.

Lo anterior se puede ilustrar en la siguiente figura:



Los números de células totales de cada generación muestran un crecimiento exponencial:

1, 2, 4, 8, 16, 32...

Pero ¿qué es un crecimiento exponencial?

Para definirlo, primero se conocerá qué es una progresión geométrica.

Llámese **progresión geométrica** a una serie de términos, tales que cada uno de ellos es igual al que le precede, multiplicado por una cantidad constante llamada **razón de la progresión** o **razón aritmética**.

Entonces, definimos de manera concreta la sucesión o progresión geométrica así:

Una sucesión geométrica es una secuencia de elementos en la que cada uno de ellos se obtiene multiplicando el anterior elemento por una constante denominada razón o factor de la progresión.

Así por ejemplo:

La progresión 5, 15, 45, 135, 405,… es una progresión geométrica cuyo número que multiplica cada término es 3: a 3 se le llama razón. Veamos que:

$$15 = 5 \times 3$$
$$45 = 15 \times 3$$
$$135 = 45 \times 3$$
$$405 = 135 \times 3$$

y así sucesivamente.

Una progresión geométrica es creciente cuando la razón es mayor que 1 y decreciente cuando la razón es menor que 1.

Veamos unos ejemplos:

1. Observemos la progresión 1, 4, 16, 64, 256,…Aquí no se cumple una razón de suma sino de multiplicación, por lo tanto la progresión 1, 4, 16, 64,256,… es una progresión creciente y su razón es 4, porque cada número es el cuádruplo del anterior.

2. Dada la progresión 81, 27, 9, 3, 1, 1/3,… Esta es una progresión decreciente; su razón es 1/3,porque cada número es la tercera parte del anterior.

Retomando el caso del proceso de reproducción celular, la variación de los números totales de cada generación de células puede presentarse en la tabla siguiente:

Generaciones	Número de células	Crecimiento	Número de células de la siguiente generación
	1	x2	2
1ª	2	x2	4
2ª	4	x2	8
3ª	8	x2	16
4ª	16	x2	32

T_1 = Primer término
T_2 = Segundo término
T_3 = Tecer término
T_4 = Cuarto término
T_5 = Quinto término

Observa el crecimiento de la progresión de la última columna.

$$T_1 \times R = T_2 \quad ; \quad T_2 \times R = T_3$$
$$2 \times 2 = 4 \quad \quad 4 \times 2 = 8$$

Si T_1 = primer término, T_2 = segundo término,… y R = crecimiento, entonces puede decirse que:

- El primer término por el crecimiento es igual al segundo término, el segundo término por elcrecimiento es igual al tercer término, y así sucesivamente.
- Esta progresión es un ejemplo de crecimiento exponencial.

Ahora, como ya comprendemos qué es una progresión o sucesión geométrica, podemos definir crecimiento exponencial:

Crecimiento exponencial es la progresión que aumenta por multiplicación de una cantidad constante llamada razón.

Índices

Un número índice o índice es una medida estadística diseñada para expresar variaciones en una variable o en un grupo de variables relacionadas con respecto al tiempo. Estas variaciones que se representan en tantos por cientos son una referencia para la elaboración de tablas o gráficas.

Por tanto, se puede hablar de muchos ejemplos de índices.

Los más comunes son:

a) índices de precios
b) índices de compras
c) índices de calidad
d) índices de empleos u ocupación

Los **índices de precios** son aquellos que muestran el porcentaje de cambio en el precio de algún producto o artículo comercial, en un período determinado.

Analicemos:

1. Con el objeto de ejemplificar lo anterior, supongamos que se tiene un artículo cualquiera (bolsa, hamaca, etc.), cuyo precio tuvo variación durante los últimos cinco años, por lo cual se requiere determinar el índice comparativo de precios de cada uno de estos años, tomando como periodo base 1989. El precio de ese año se considera como 100 %.

Veamos la siguiente tabla:

Tabla de índices		
Años	Precio pagado	Índice de precios
Periodo base → 1989	13,000	100
1990	9,000	***Índice de precios para el periodo base***
1991	8,000	
1992	10,000	
1993	12,000	

Para determinar el índice de precios de cada año en la tabla, se puede establecer una expresión que relacione el precio pagado con el precio base expresado en porcentaje.

Esta expresión nos permite establecer el índice de precios, así:

$$I_{pn} = (\text{Indice de precio}) = \frac{\text{Precio pagado}}{\text{Precio base}} = X \;\; 100$$

Para encontrar el índice de precios de 1991, 1992 y 1993, se procede de la siguiente manera:

a. $$I_{pg1} = \frac{8{,}000}{13{,}000} = X \;\; 100 = 61.5$$

En donde el precio pagado del año 1991 fue \$8,000 y el precio base de 1989 fue \$13,000.

Para los otros dos años (1992 y 1993), el índice de precios corresponde a:

b. $$I_{pg2} = \frac{10{,}000}{13{,}000} = X \;\; 100 = 76.9$$

c. $$I_{pg3} = \frac{12{,}000}{13{,}000} = X\ 100 = 92.3$$

Podemos reunir estos valores en una tabla, así:

Tabla de índices		
Años	**Precios**	**Índices de precios**
1989	13,000	**100**
1990	9,000	69,2
1991	8,000	61,5
1992	10,000	76,9
1993	12,000	92,3

Al observar la tabla, es notorio que el precio del artículo descendió en 1990 en un 30 %, aproximadamente, con respecto al año base. El descenso continuó en 1991 y mostró una recuperación en 1992 y 1993, sin llegar a la situación que se tenía en 1989. Esto puede obedecer a que bajó la demanda de ese artículo, a que disminuyó la calidad del producto o a otros factores.

2. El siguiente ejemplo muestra cómo calcular **índices de compra**. En este caso, se relaciona unacompra diaria de un cierto producto, durante una semana con la compra total.

Don Simón se dedica a vender dulces, por lo cual realiza sus compras de azúcar en la semana, de la siguiente manera:

Como puede observarse, el total de kilogramos de azúcar comprados durante la semana es de 450; pues bien, con base en las compras efectuadas por don Simón, se debe determinar el índice de las compras diarias en una tabla y representarlas en una gráfica.

Días	Kg de azúcar
Lunes	50
Martes	30
Miércoles	45
Jueves	60
Viernes	80
Sábado	90
Domingo	95

$$\text{Índice de compra} = I_c = \frac{\text{Compra de un día}}{\text{Total de compra}} = X\ 100$$

Así para la compra del lunes, se tiene: $I_c = \frac{50}{450} \times 100 = 11\ \%$

Y así sucesivamente, se obtienen los demás índices de compra:

martes $I_c = \frac{30}{450} \times 100 = 0.7\ \%$

miércoles $I_c = \frac{45}{450} \times 100 = 10\ \%$

jueves $I_c = \frac{60}{450} \times 100 = 13\ \%$

viernes $I_c = \frac{80}{450} \times 100 = 18\ \%$

sábado $I_c = \frac{90}{450} \times 100 = 20\ \%$

domingo $I_c = \frac{95}{450} \times 100 = 21\%$

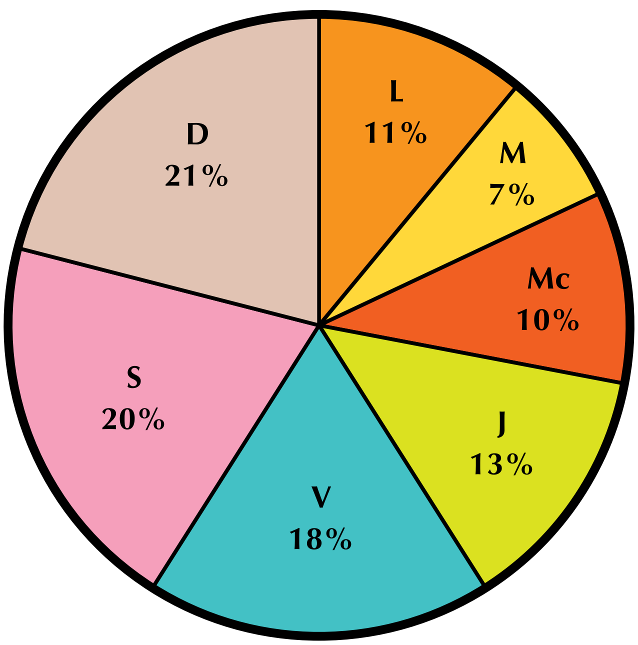
Una vez realizados los cálculos correspondientes, se puede hacer la tabla de índices:

Días	Kg de azúcar	Índices de compras (%)
Lunes	50	11
Martes	30	07
Miércoles	45	10
Jueves	60	13
Viernes	80	18
Sábado	90	20
Domingo	95	21
Totales	450 kg	100%

La tabla muestra qué tanto por ciento del total de las compras (450 kg) se realizó cada día: 11 % el lunes, 18 % el viernes, 21 % el domingo, etc.

Los datos que se muestran en la tabla se pueden representar en una gráfica circular, anotando el índice o tanto por ciento obtenido para cada día.

De la siguiente manera quedan representadas las compras de don Simón.



Con el apoyo de los índices, es posible tener una idea clara de las fluctuaciones en los volúmenes de producción, de compras, etc., lo cual permite tomar decisiones en los momentos precisos y detectar las posibles causas de dichas variaciones.

Debido a esto, es conveniente elaborar e interpretar correctamente los índices, de manera que las conclusiones obtenidas mejoren algún aspecto funcional de la actividad de que se trate.

3. En una gasolinera, un empleado determinó el índice o tanto por ciento de vehículos que cargaron sus tanques con gasolina el día anterior y obtuvo la siguiente información:

Tabla de índices de vehículos que cargaron gasolina		
Vehículos	Litros de gasolina	Índice de compras (%)
Microbuses	80,000	
Combis	120,000	
Camionetas	300,000	
Automóviles	240,000	
Total		

Número factorial

En el grado anterior (7.°) estudiamos los números factoriales y algunas aplicaciones, ahora vamos a recodar y a ejercitar mejor el tema.

Recordemos que por definición $0! = 1$.

Además que podemos resolver los factoriales de algunos números como:

1! = 1
2! = 1 x 2
3! = 1 x 2 x 3
4! = 1 x 2 x 3 x 4
5! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5
.
.
.
n! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 x 7... x (*n*-1) x *n*

El factorial de cualquier número es igual a él, multiplicado por el factorial de su antecesor.

Ejemplos:

6! = 6 x 5.
Calculemos 6!:
Por definición 6! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6 = 720.

Ahora, calculemos 6 x 5!:
6 x 5! = 6 x (1 x 2 x 3 x 4 x 5) = 6 x 120 =720.
Luego, 6! = 6 x 5!

En general: Podemos decir que n! = n(n - 1)!

Podemos calcular los factoriales de los números 4, 3 y 5 y realizar el resultado de:

4! + 3! - 5! Y comprobar que da 90.

Simplificaciones con factoriales

Una expresión fraccionaria con factoriales puede ser simplificada, Ejemplo:

$$\frac{4! - 3!}{4!} = \frac{4(3!) - 3!}{4(3!)}$$

Se puede simplificar, porque el factorial de cualquier número es igual a él por el factorial de su antecesor.

Para simplificar la fracción, debemos factorizar el numerador:

$$\frac{4! - 3!}{4!} = \frac{4(3!) - 3!}{4(3!)} = \frac{(\cancel{3!})(4! - 3!)}{4(\cancel{3!})} = \frac{(4 - 3!)}{4}$$

Resolviendo la última fracción, tenemos:

$$\frac{4 - 3!}{4} = \frac{4 - (1 \times 2 \times 3)}{4} = \frac{4 - 6}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{-1}{2}$$

Una aplicación muy importante de los factoriales es en la solución de situaciones en las que se presentan variaciones o combinaciones, como cuando nos preguntamos ¿Cuántos números diferentes pueden formarse con un dígito dado?

Ejemplo: Con el dígito 9, solo pueden escribirse el número 9.

Con un dígito, puede formarse 1 número de una cifra: 1! = 1.

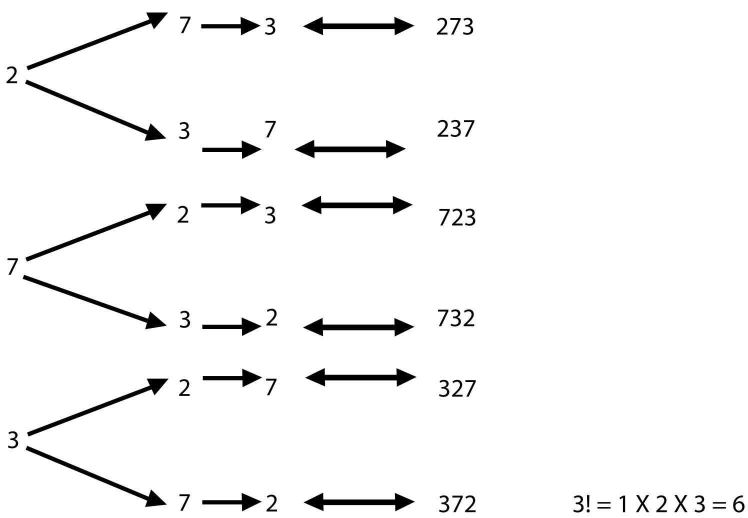
¿Cuántos números diferentes de dos cifras pueden formarse con dos dígitos dados, sin repetir dígito?

Ejemplo: Sin repetir dígito, con los números 5 y 3, pueden escribirse 2 números: el 53 y el 35.

Con dos dígitos, pueden formarse 2 números de dos cifras, sin repetir dígito: 2! = 1 x 2 = 2.

¿Cuántos números diferentes de tres cifras pueden formarse con tres dígitos dados, sin repetir dígito?

Ejemplo: Sin repetir dígito, formemos números de tres cifras con los dígitos 2, 7 y 3:



Es decir, que con 3 dígitos dados se pueden formar 6 números de 3 cifras sin repetir dígito

Recordemos el cálculo del factorial de algunos números:

Número n	Factorial de n (n!)	Operación	Resultado
0	0!		1
1	1!		1
2	2!	1 X 2	2
3	3!	1 X 2 X 3	6
4	4!	1 X 2 X 3 X 4	24
5	5!	1 X 2 X 3 X 4 X 5	120
6	6!	1 X 2 X 3 X 4 X 5 X 6	720
7	7!	1 X 2 X 3 X 4 X 5 X 6 X 7	5,040
8	8!	1 X 2 X 3 X 4 X 5 X 6 X 7 X 8	40,320
9	9!	1 X 2 X 3 X 4 X 5 X 6 X 7 X 8 X 9	362,880
10	10!	1 X 2 X 3 X 4 X 5 X 6 X 7 X 8 X 9 X 10	3,628,800
15	15!	1 X 2 X 3 X 4 X 5 X 6 X 7 X 8 X 9 X 10 X 11 X 12 X 13 X 14 X 15	1,307,674,368,000

En general: n! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x… x (n-2) x (n - 1) x (n). El factorial de un número n es el producto de los factores decrecientes desde él hasta la unidad.
El factorial de un número se escribe n!, siendo n cualquier número entero positivo.

Con los factoriales podemos realizar operaciones. Observa detenidamente cada paso:

1. 2! + 5!
   Desarrollamos el factorial de cada sumando, así:

   2! + 5! = (1 x 2) (1 x 2 x 3 x 4 x 5).
   Resolvemos = 2 x 120
   cada parentesis = 240.

2. Detalla paso a paso:

   (4!)(6!) = (1 x 2 x 3 x 4) (1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6)
   = 24 x 720
   = 17,280.

3. Presta atención a las simplificaciones que realizamos en la solución siguiente:

$$2! + \frac{3!}{4!} = (\cancel{1 \times} 2)\left(\frac{1 \times 2 \times 3}{\cancel{1 \times} 2 \times 3 \times 4}\right)$$
$$= \frac{1 \times 2 \times 3}{3 \times 4}$$
$$= \frac{\cancel{6}}{\cancel{12}} = \frac{1}{2}$$

Explica en tu cuaderno el proceso realizado en cada paso y coméntalo con algunos de tus compañeros.

Variaciones

Analicemos el caso siguiente:

En un concurso, hay 20 participantes que compiten por ganar.

¿De cuántas maneras se pueden colocar los dos primeros puestos?
Como no hay repetición, es decir, hay un participante para el primer puesto y otro diferente para el segundo puesto entonces:

Para el primer puesto hay 20 posibilidades.
Para el segundo, solo 19 posibilidades.
Por tanto, llamando V al número de posibilidades, tenemos:

$$\mathbf{V = n(n\text{-}1)}$$
$$\mathbf{V = 20(19) = 380.}$$

Entonces, en total hay 380 maneras para que 20 participantes puedan ocupar los dos primeros puestos en el concurso.

Desde esta perspectiva, si de una población de tamaño ***n*** queremos extraer una muestra ordenada y sin repetición de tamaño determinado, razonamos así:

- El primer elemento lo podemos elegir entre ***n*** elementos.
- El segundo, al no poder repetir, podemos elegirlo entre ***n – 1*** elementos.
- El tercero, al no poder repetir, podemos elegirlo entre ***n – 2*** elementos.
- El cuarto, al no poder repetir, podemos elegirlo entre ***n – 3*** elementos.
- Y así sucesivamente, hasta el tamaño determinado.

Un arreglo ordenado y sin repetición se denomina variación ordinaria o variación sin repetición.

Ahora, analicemos el siguiente ejemplo con repetición:

Una baraja de póquer consta de 52 cartas. ¿De cuántas formas pueden elegirse 2 cartas, no necesariamente distintas?
La primera se puede elegir de 52 formas.

Como se puede repetir, significa que la primera carta que se saca se ve y se devuelve al montón, de tal manera que la segunda carta se puede elegir de 52 maneras también.

En total hay (52)(·52) = 2,704 formas.

Simbólicamente:
Llamemos **V´** al número de posibilidades con repetición, entonces **V´ = n(n).**
Para este caso de las cartas de la baraja, tenemos:
V´ = 52(52) = 2,704.

Un arreglo ordenado y con repetición se denomina variación con repetición

Aplicación

Copia y realiza los ejercicios siguientes, en tu cuaderno y comenta las soluciones con algunos compañeros.

1. Una baraja inglesa consta de 52 cartas.
   ¿De cuántas formas pueden elegirse 2 cartas, extraídas sucesivamente y sin repetir?

2. ¿Cuántos números de tres cifras diferentes se puede formar con los dígitos 1, 3, 5, 7 y 9?

3. En una carrera de 200 metros participan 10 corredores.
   ¿De cuántas formas diferentes se podrían repartir las medallas de oro, plata y bronce?

4. Una pareja de esposos están planeando un viaje sorpresa para sus hijos. Por ello, escogen 7 ciudades del país que marcan con las letras A, B, C, D, E, F y G. Si no quieren repetir ciudades, ¿cuántas rutas distintas pueden elaborar si pueden empezar y acabar en cualquiera de las ciudades?

5. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden repartir tres premios distintos entre seis ganadores?

6. Con las letras de la palabra **avión**, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer para que empiecen por vocal?

Realiza las operaciones de los ejercicios 7 a 10. Siempre que sea posible simplifica.

7. $(7! - 5!) + 6! =$

8. $(3!)^2 =$

9. $4! + 5! - 2! =$

10. $\dfrac{5! - 4!}{4!} + \dfrac{4!}{3!} =$

Entendemos por…

Crecimiento exponencial es la progresión que aumenta por multiplicación de una cantidad constante llamada razón.

Diversión matemática

Las monedas falsas

¡Diviértete descubriendo el saco con monedas falsas!

Se tienen 10 sacos que contienen 10 monedas de plata cada uno, pero uno de los sacos tiene exclusivamente monedas falsas.

Las monedas falsas lucen igual que las genuinas, pero pesan o bien 1 gramo más o bien 1 gramo menos que las monedas genuinas. Se cuenta con una balanza de un platillo, que permite leer el peso en gramos y conocer el peso de las monedas genuinas.

¿Cuál es el mínimo número de monedas pesadas necesarias para determinar el saco que contiene las monedas falsas?

Tomado de http://www.mlevitus.com/

Busca posibles soluciones y coméntalas con tus amigos

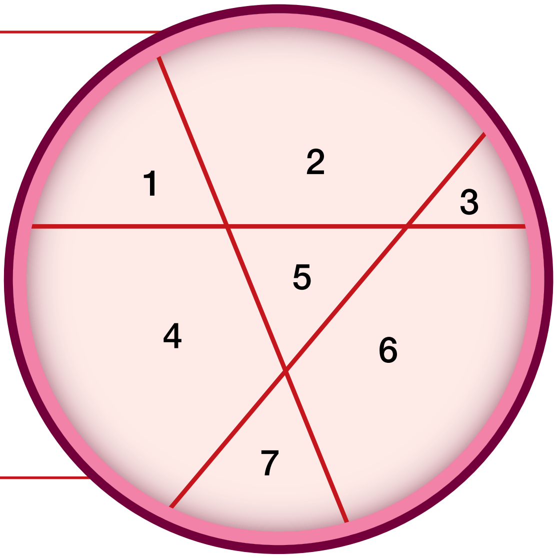
Día a día

Cortando el pastel

Con un solo corte recto puedes dividir un pastel en dos partes. Un segundo corte que atraviese el primero producirá probablemente cuatro partes y un tercer corte puede llegar a producir siete partes (ver la ilustración).

¿Cuál es el mayor número de partes que puedes lograr con seis cortes rectos?

Tomado de www.libros maravillosos./matematicaparadivertirse/



Tema 2. Probabilidad

Algunos de los juegos, en los que seguramente has participado, reciben el nombre de "azarosos", ya que tienen un resultado impredecible. Pero entonces, ¿qué probabilidades tienes de ganar?

Existen unas herramientas denominadas modelación de situaciones, en las cuales intervienen la probabilidad nula, la probabilidad de la intersección de eventos independientes y la probabilidad de eventos simples.

Indagación
Juega al "carisellazo"

En grupos de 3 estudiantes y cada uno con una moneda de cualquier denominación, previamente deciden cuál lado de la moneda se denomina cara y cuál se denomina sello. Cada uno hace 10 lanzamientos y anota en su cuaderno el resultado.

Al terminar, entre los tres, comparan los resultados y determinan quién obtuvo más veces cara y quién obtuvo más veces sello.

¿Quién o quienes ganaron?
¿Quién o quiénes sacaran los puntajes más bajos?

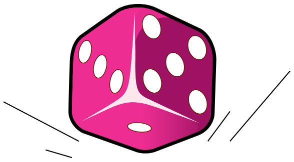
Conceptualización
Probabilidad de un evento

Existen situaciones cuyos resultados son impredecibles. Si, por ejemplo, se lanza al aire un dado, existen varios resultados posibles; sin embargo, ninguno de ellos es seguro.

Al realizar varias veces el experimento, es decir, lanzar varias veces el dado, se puede llevar el registro de los resultados obtenidos y establecer así la probabilidad de que ocurra cada suceso.

Pero esa probabilidad se puede señalar observando los diferentes resultados que se pueden obtener; esto es, 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

Al conjunto de todos los resultados posibles al lanzar un dado se le denomina **espacio muestral (S o EM)**. En este caso, EM = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.



Si el dado que se lanza es un dado normal, es decir, si el dado no está "cargado", la probabilidad de que salga cada una de las caras será de una entre seis, esto es,

$$\text{probabilidad del evento:} P(A) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de resultados posibles}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Esta fórmula se conoce como la regla de Laplace.

Un evento puede ser simple o compuesto.

Si el experimento consiste en lanzar un dado, se espera que ocurra el evento "obtener 5"; es decir, existe solo un resultado que satisface el experimento, por lo tanto es un evento simple.

Un evento simple o elemental consta de un resultado único.

Si en el experimento se espera el evento "obtener el número menor que 4", los resultados 1, 2 y 3 satisfarán el experimento. A esto se le conoce como evento compuesto.

Un evento compuesto consta de dos o más eventos simples.

Ahora bien, "obtener 1", al lanzar el dado, excluye la posibilidad de "obtener 2"; entonces ¿cuál es la posibilidad de que ocurra el evento compuesto "obtener 1 o 2" al alcanzar el dado? Si cada uno de los primeros eventos tiene 1/6 de probabilidad de salir, entonces:

El evento "obtener un número diferente de 1 o 2" será 4/6, pues las probabilidades restantes suman el total de probabilidades: si se tiene el suceso "obtener un número par" al lanzar el dado, este se define, en probabilidad, como un evento compuesto, y su probabilidad sería:

La probabilidad de que un evento ocurra o no se determina con el cociente del número de resultados favorables, entre el número total de resultados posibles del experimento.

Al sumar la probabilidad de todos los eventos posibles, el resultado será 1. En el experimento "lanzar un dado", el total de resultados determina todo el espacio muestral de eventos considerados.

El espacio muestral es el total de los resultados posibles de un experimento.

El espacio muestral se denota con EM; de acuerdo con en el ejemplo anterior, sería **EM = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.**

Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

Sea CARA (C) y SELLO (S).

En el experimento se realizan diez lanzamientos y se registran los resultados siguientes:
C, S, C, C, C, S, S, C, C y C.

Se puede observar que se obtuvo siete veces cara y tres veces sello, por tanto la frecuencia de cada evento es sello = 3; cara = 7.

Si se dice que en una serie de lanzamientos se obtuvieron 3 sellos, este informe es vago y no ofrece ningún dato utilizable en la solución de futuros problemas. Este informe recibe el nombre de frecuencia absoluta.

Así, la **frecuencia absoluta** hace referencia al número de veces que se ha obtenido un determinado evento.

Aunque también existe otra forma de señalar la frecuencia de un evento:

Indicar el número de veces que se ha obtenido determinado evento en relación con el número de veces que se ha realizado el experimento.

En el ejercicio anterior se observa que tres sellos se obtuvieron en diez lanzamientos, esto es, 3/10 que representa el 30 % del total.

A esto se le llama frecuencia relativa.

Entonces, la **frecuencia relativa** es el porcentaje que representa el número de veces en que se produce determinado evento, en relación con el total de veces en que se realiza el experimento.

La frecuencia absoluta se denota con **fi** y la frecuencia relativa con **(fi/N) 100 %**.

Retomando los datos anteriores respecto a los lanzamientos, se pueden concentrar en una tabla de frecuencias.

En ella se señala la clase en la cual pueden anotarse los datos cualitativos o intervalos de datos cuantitativos (i), la frecuencia absoluta (fi) y la frecuencia relativa (fi/N) 100 %:

Intervalos de clase	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa (f_i/N) 100%
Sello	3	30
Cara	7	70
Total	10	100

Probabilidad clásica

No siempre es posible realizar repetidamente un experimento para determinar sus frecuencias relativas y así señalar la probabilidad de que se obtenga determinado evento.

Si, por ejemplo, se desea conocer la probabilidad de que al lanzar un dado al aire, se obtenga el número 6, esta se podría calcular lanzándolo un cierto número de veces y registrando tales resultados.

Sin embargo, existe una forma de establecer la probabilidad de dicho evento antes de iniciar cualquier experimento. En efecto, si se sabe que cada cara del dado tiene la misma probabilidad de salir y existen seis diferentes resultados posibles, cada una de ellas tendrá una posibilidad entre seis opciones equiprobables, esto es, 1/6.

Con lo anterior se puede afirmar que la probabilidad de obtener una opción cualquiera de sus caras es 1/6.

Si el evento es obtener un número mayor que 4, los dos resultados que satisfacen esa condición son el 5 y el 6. Si se suman ambos, puesto que "sacar 5" excluye "sacar 6", la probabilidad del evento será de 2/6.

Estos ejemplos nos ayudarán a construir una expresión para encontrar la probabilidad de un evento determinado:

1. ¿Qué expresa 1/6? o ¿qué expresa 2/6?

Estas razones se construyen entre "el número de resultados favorables": 1 y 2, en nuestros ejemplos, y "el número de resultados posibles del evento; en este caso 6, en ambos ejemplos.

Recordemos:

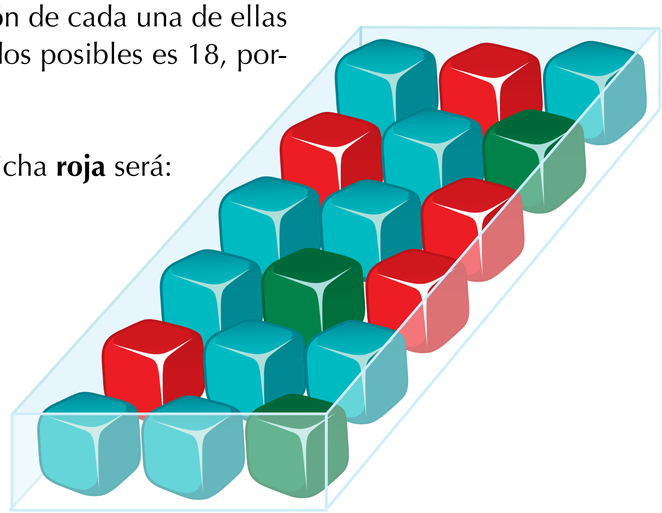
En general se tiene: probabilidad del evento: $P(A) = \dfrac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de resultados posibles}}$

Simbolicamente: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

2. Ahora deseamos conocer la probabilidad de sacar una ficha de un color determinado, de una caja en la que hay 10 azules, 5 rojas y 3 verdes. La probabilidad esperada de sacar una ficha **azul** será:

$$P(A) = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de resultados posibles}} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9},$$

ya que en la caja hay 10 fichas azules y la obtención de cada una de ellas daría la oportunidad de acertar. El número de resultados posibles es 18, porque en la caja hay 10 + 5 + 3 = 18 fichas en total.



De manera análoga, la probabilidad de sacar una ficha **roja** será:

$$P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{5}{18},$$

y la probabilidad de sacar una ficha **verde** será:

$$P(V) = \frac{n(V)}{n(S)} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}.$$

Recuerda:
La probabilidad esperada o teórica de que suceda un evento cuando los sucesos elementales son equiprobables se puede calcular mediante la expresión o fórmula clásica, llamada también ley de Laplace. Así:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de resultados posibles}}$$

La probabilidad clásica y la frecuencia están estrechamente relacionadas, pues mientras sea mayor el número de veces que se realiza el experimento, la frecuencia relativa se acercará cada vez más a la probabilidad clásica. A esto se le conoce como ley de los grandes números.

Si se señala el evento "obtener 3 o 2" al lanzar un dado al aire, la probabilidad favorable de ese evento es 2/6, en tanto que la desfavorable es 4/6. Si se suman ambas probabilidades, se tiene:

$$\text{Probabilidad favorable} + \text{probabilidad desfavorable} = \frac{2}{6} + \frac{4}{6} = 1$$

La suma de la probabilidad favorable más la desfavorable en un evento determinado es siempre 1.

Probabilidad nula

Existen problemas que aparentemente son difíciles de solucionar, sobre todo cuando tienen que ver con la probabilidad. Pero en sí su resolución es muy sencilla.

Analicemos los ejemplos siguientes:

1. En un equipo de baloncesto hay 20 estudiantes: 7 son mujeres que tienen ojos cafés, otras 4 tienen cabello castaño y ojos cafés, 5 son hombres de ojos cafés y los 4 restantes son hombres de cabellos castaños y ojos negros.

   Si se selecciona un estudiante al azar, qué probabilidad habría de que sea:

   a. Una mujer
   b. Un hombre
   c. Una mujer con ojos negros

Solución:

a. Para obtener la probabilidad de que sea una mujer, se tienen los siguientes datos:

n(A) = resultados del evento. En este caso 11, ya que son en total 11 mujeres.
n(S) = número total de resultados posibles, en este caso 20.
P(A) = probabilidad del evento.

La probabilidad de que al seleccionar un estudiante, este sea mujer es

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{20}$$

b. Para obtener la probabilidad de que sea un hombre, se tiene que:
n(A) = 9, ya que aquí se consideran los 9 hombres.
n(S) = 20, porque es el total de estudiantes.

Entonces,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{20}$$

Entonces, la probabilidad de que al seleccionar un estudiante este sea hombre es de: $\frac{9}{20}$

c. Para obtener la probabilidad de que sea una mujer con ojos negros, se tiene:

De acuerdo con los datos del problema, únicamente se hace referencia a ojos cafés y a mujeres con cabello castaño y ojos cafés.

Como no existe información de mujeres con ojos negros, el resultado favorable de que este evento ocurra es cero, por consiguiente:

$$n(A) = 0$$
$$n(S) = 20$$
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{20} = 0$$

Esto indica que la probabilidad de seleccionar una estudiante que sea mujer con ojos negros es cero, ya que dicho elemento no existe en el espacio muestral. De igual forma, hubiera sucedido si se buscara la probabilidad de que haya sido una mujer con ojos verdes y azules, pues no hay ninguna mujer del equipo que tenga esos colores de ojos.

Cuando esto ocurre, el evento que no forma parte del evento muestral se llama **evento imposible**, debido a que nunca va a ocurrir. Si dicho evento no va a ocurrir, esto trae como consecuencia que su probabilidad sea cero.

Cuando esto sucede, a dicha posibilidad se le conoce como **probabilidad nula.**

2. En una caja hay cinco tarjetas y en cada una está escrita una vocal diferente.
¿Cuál es la probabilidad de sacar una tarjeta que tenga la letra e y cuál la de sacar una tarjeta que tenga una consonante?

n(A) = 1, ya que se trata de una sola letra.
n(S) = 5, debido a que son las cinco vocales.
Entonces, P(A) = ?

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{5}$$

La probabilidad de sacar una tarjeta que tenga la letra e es de 1/5.

La probabilidad de que la tarjeta que se saque tenga una consonante es n(A) = 0, ya que en las tarjetas únicamente hay vocales.

n(S) = 5.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{0}{5} = 0$$

La probabilidad de que al sacar una tarjeta esta tenga una consonante es cero, ya que no hay consonantes en las tarjetas y nuevamente se considera que es un evento imposible de que suceda.

Aplicación

Copia los ejercicios en tu cuaderno y compara las soluciones con algunos de tus compañeros:

1. Al lanzar un dado:

   a. ¿Cuál es el espacio muestral (EM) de este evento?
   b. ¿Cuál es la probabilidad esperada de obtener cada uno de los sucesos del espacio muestral si el dado es correcto, es decir que no está cargado en alguna cara?
   c. Encuentra las siguientes probabilidades:

   P(5) = ____; P(6) = ____; P(0) = ____
   P(obtener un número par) = ____; (obtener un número menor que 4) = ____
   P(obtener un número diferente de 2) = ____
   P(obtener un número menor que 1) = ____
   P(obtener un número múltiplo de 3) = ____

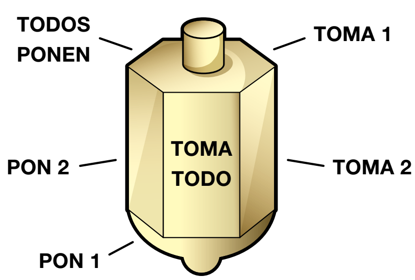
2. Una baraja francesa tiene 52 cartas. Hay cuatro pintas: corazones, tréboles, diamantes y picas. De cada pinta hay 13 cartas: tres figuras, K, Q y J, y diez números as (1), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10.

   a. ¿Cuál es el espacio muestral?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los sucesos del espacio muestral?
   c. Calcula las probabilidades.

   P(corazón) = ____; P(K) = ____; P(carta roja) = ____
   P(un número) = ____; P(una figura) = ____
   P(un número mayor que 10) = ____; P(no sacar figura) = ____

3. De cierta progresión geométrica se conoce que el primer término es 2 y la razón es 3 (R = 3). Escribe sus cinco primeros términos.

4. Observa la perinola y responde:



   a. ¿Cuál es su espacio muestral?
   b. Señala un evento simple.
   c. ¿Cuál será su probabilidad?
   d. Señala un evento compuesto.
   e. ¿Cuál será su probabilidad?

5. Tienes en una bolsa cintas de colores: 15 cintas negras, 8 cintas rojas y 7 cintas amarillas. De ella se va a sacar una, sin que se pueda ver de antemano su color.
   ¿Qué color de cinta crees que sea más probable extraer? ¿Por qué? ¿Cuál sería el color menos probable de sacar? ¿Por qué?
   Si apuestas a sacar una cinta roja, ¿cuántas cintas hay en la caja que favorecería tu apuesta?
   Si uno de tus compañeros apuesta a sacar una canica negra y otro a sacar una amarilla, ¿quién de ellos tendrá más opción de ganar? ¿Por qué?
6. Escribe el espacio muestral en el caso del lanzamiento de dos dados simultáneamente (al mismo tiempo).

En una baraja española hay 4 grupos de 19 cartas cada una con las denominaciones de 1 (as), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10 (sota), 11(caballo) y 12 (rey); los grupos son oro, copa, espadas y bastos.

Encuentra la probabilidad de sacar al azar:

7. El as de oros.
8. Un número impar de cualquier pinta (oro, copa, espada o basto).
9. Un caballo cualquiera.
10. Una carta de copas cualquiera.

Entendemos por…

Evento a la ocurrencia de un fenómeno determinado en un experimento dado.

Diversión matemática

Las tres corbatas

El señor Pardo, el señor Verde y el señor Negro estaban almorzando juntos. Uno de ellos llevaba una corbata parda, otro una corbata verde y otro una corbata negra.

- ¿Se han dado cuenta, dijo el hombre de la corbata verde, de que aunque nuestras corbatas son de colores iguales a nuestros nombres, ninguno de nosotros lleva la corbata que le correspondería a su nombre?
- ¡Por Dios que tienes razón! Exclamó el señor Pardo.

¿De qué color era la corbata de cada uno?

Solución

El señor Pardo tenía la corbata negra. El señor Negro tenía la corbata verde. El señor Verde tenía la corbata parda. Pardo no podía tener una corbata parda, pues entonces le correspondería a su nombre. No podía tener corbata verde, pues ese era el color de la corbata del hombre que les hizo la pregunta. Por tanto, la corbata de Pardo debía ser negra. Esto deja las corbatas verde y parda para el señor Negro y el señor Verde, respectivamente.

Tomado de http://www.librosmaravillosos.com/matematicaparadivertirse/seccion09.html

Día a día

Juegos de azar

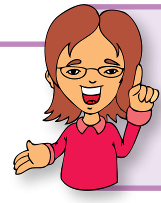
De ilusión también se vive.

Cuando se juega a la lotería o a cualquier otro juego de azar, pensamos que es posible y hasta probable que nos ganemos el premio.

En realidad es posible, pero muy poco probable.

Por ejemplo, jugando una apuesta a la lotería con 4 cifras y 2 series, tenemos 1 posibilidad entre casi 1 millón de que nos "toque la suerte".

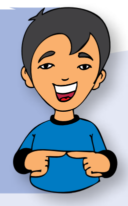
Jugando una columna en la quiniela, tenemos una posibilidad entre más de catorce millones de obtener el pleno al 15, o sea, casi ninguna.



Este capítulo fue clave porque

- Aprendí a interpretar gráficas estadísticas que comúnmente salen en los periódicos y las revistas.
- Sé calcular la probabilidad de eventos simples y aplico la regla de Laplace.
- Dada una distribución de datos, puedo calcular las medidas estadísticas: centralización, posición, dispersión y de forma.
- Tengo claro el concepto de factorial y puedo simplificar expresiones que tengan factoriales.

Conectémonos con El Entretenimiento



Casino de juego

Casino viene del italiano casino, "casa en el campo". Parece que originariamente existían ciertas villas en el campo que se utilizaban como lugar de esparcimiento para la nobleza y la clase media alta. Uno de estos divertimentos eran los juegos de azar.

En la actualidad, los casinos son comúnmente construidos cerca de hoteles, restaurantes, tiendas comerciales, cruceros turísticos y otras atracciones, o dentro de ellos.

Un casino de juego es un lugar en el cual la atracción principal son los juegos de azar. Los juegos más populares son la ruleta, el black jack, el punto y banca, el póquer y las máquinas tragamonedas.

La lógica de todos estos juegos consiste, en su nivel más básico, en el siguiente mecanismo:

1. El jugador apuesta una suma de dinero A a un juego de azar determinado, en el cual se tiene que cumplir la condición C para que el apostador gane una suma de dinero de ganancia (G), siendo G mayor que A.
2. Si se cumple la condición C, entonces el jugador recibe G.
3. Si no se cumple la condición C, entonces el jugador no recibe nada.

Adicionalmente, las cantidades de ganancia (G) están estipuladas de antemano. Para determinarlas, se utilizan complejos mecanismos estadísticos, de modo tal de dar cierta ventaja al casino.

Dicho de otra manera es un negocio, en el cual la principal finalidad es quitarle el dinero al apostador y, en muchos casos, dejarlo en la ruina, causándole el trastorno llamado ludopatía (adicción al juego).

No obstante, esta práctica es legal, debido al alto porcentaje de impuestos que pagan las empresas concesionarias, de forma que los jugadores habituales colaboran con las arcas públicas. Además, los casinos fortalecen la actividad turística de una localidad, puesto que los jugadores también utilizan servicios de hotelería, gastronomía, entre otros.

Se debe tener en cuenta también que la mayoría de juegos de los casinos son de "recompensa inmediata", lo cual puede influir en personas propensas psicológicamente a caer en la ludopatía, al igual que ocurre con todos los juegos que tiene el mismo tipo de recompensa (máquinas tragaperras, bingos...).

Los principales países que se consideran que poseen un entramado de ocio alrededor del juego son Las Vegas y Mónaco. Aunque en Gran Scala (España) se espera que suceda lo mismo.

Tomado de http://es.wikipedia.org/wiki/Casino_de_juego

Repasemos lo visto

Al comienzo de la unidad nos interesábamos por la información, por eso iniciábamos preguntándote ¿para qué sirve la información?

Una buena respuesta es conocer que en Colombia se centralizan todas las informaciones oficiales por medio del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

Esta entidad estatal genera todas las estadísticas oficiales sobre temas económicos y sociales y garantiza la disponibilidad, calidad e imparcialidad de la información.

También estudiamos las combinaciones, las progresiones y el cálculo de la probabilidad de la ocurrencia de un evento, aplicando la regla de Laplace.

Mundo rural

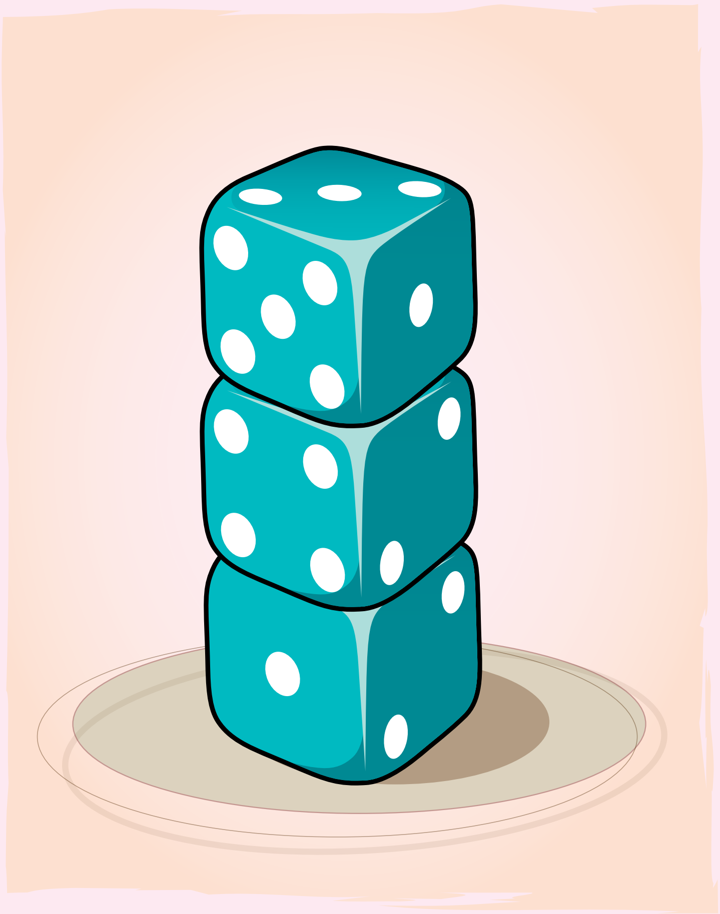
Corporaciones autónomas regionales de Colombia

"Colombia es un país conformado política y administrativamente por departamentos, distritos y municipios, sin embargo, las condiciones físicas, de clima, vegetación, recursos naturales, problemáticas ambientales, e incluso la idiosincrasia de sus habitantes, lo convierten en un país de regiones. Por tal motivo, la administración de los recursos naturales renovables, la planificación del crecimiento poblacional, problemas como la diversificación y aumento de los residuos generados, y el manejo, uso y aprovechamiento de los recursos naturales, son fenómenos que exigen autoridades ambientales regionalizadas con autonomía política y administrativa, personería jurídica propia, poderes coercitivos y sancionadores, capacidad de inversión, entre otras características".

Tomado de http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/derecho/article/view/2570/1688

Las corporaciones autónomas regionales de Colombia son la primera autoridad ambiental regionalmente. Son entes corporativos de carácter público que se crearon por ley, integrados por las entidades territoriales que por sus características constituyen geográficamente un mismo ecosistema o forman una unidad geopolítica, biogeográfica o hidrogeográfica. Además, están dotados de autonomía administrativa y financiera, patrimonio propio y personería jurídica, aunque están en la obligación de administrar en el área de jurisdicción, el medio ambiente y los recursos naturales renovables y de propender por su desarrollo sostenible, de conformidad con las disposiciones legales y las políticas del Ministerio del Medio Ambiente, a saber, la ley 99 de 1993 (22 de diciembre), "por la cual se crea el Ministerio del Medio Ambiente, se reordena el Sector Público encargado de la gestión y conservación del medio ambiente y los recursos naturales renovables, se organiza el Sistema Nacional Ambiental, SINA, y se dictan otras disposiciones". En la configuración del SINA, se establece que la autoridad ambiental, en orden ascendente, corresponde a los municipios o distritos, los departamentos, las corporaciones autónomas regionales y el Ministerio del Medio Ambiente.

Dato curioso



Sumando las caras ocultas de los dados

Este es un pequeño juego o truco con el quepuedes demostrar a tus amigos que eres capazde **sumar las caras ocultas** de una torre detres dados. Tendrás que pedirle a uno de lospresentes que apile los dados sin que tú veasy que te avise cuando acabe.

Habrá que restarle a 21 el número que marque el dado de la cima de la torre y esa será lasuma de las caras ocultas. Puedes pedir que telo pongan más difícil apilando cuatro dados,y esta vez para acertar la suma, tendrás querestarle a 28 el número de la cima.

Este truco se funda en que las caras opuestas deun dado de seis caras suman 7.

Experimenta, anota y compara con algunos de tus compañeros.

¿En qué vamos?

Coevaluación “Reflexiono y trabajo con mis compañeros”:

1. Se investigaron los precios de un televisor de cierta marca en cinco almacenes.

    a. Calcula la desviación media de los datos de la tabla:

Precio ($)	Media	Variación
1,050.00		
1,150.00		
1.200.00		

    b. Calcula la desviación media total.

2. En una empresa se hace una encuesta a 100 trabajadores, resultando que 6 de ellos ganan el salario mínimo. Si la empresa tiene 2,000 trabajadores, ¿cuántos ganan el sueldo mínimo?

3. Un obrero recibe $500,000 como gratificación de fin de año, los cuales decide guardar. Además ahorrará $86,000 bimestrales a partir de enero. ¿Cuánto tendrá al término de un año si cumple con su promesa?
Completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Mes	Capital	Crecimiento en $	Capital al término de bimestre
Ene.-feb.	500,000	86,000	586,000
Mar.-abr.	586,000		
May.-jun.			
Jul.-ago.			
Sep.-oct.			
Nov.-dic			

4. Si doblas por mitades una hoja de tu cuaderno, ¿en cuántas partes se dividirá la hoja, después de 1, 2, 3 y 4 dobleces? Coloca los datos en una tabla como la siguiente:

Dobleces	Número de partes de la hoja
1	
2	
3	
4	

5. Realiza la gráfica correspondiente a los dobleces de la hoja del problema anterior.

Los ejercicios 6 a 10, se responden con la información siguiente:

Se toma una baraja española cuyas cartas son: 10 oros, 10 espadas, 10 copas, 10 bastos y en cada grupo hay: As o 1, 2,3,4,5,6,7,sota o 10, caballo u 11 y rey o 12.

6. Describe el espacio muestral.

7. Probabilidad de:

    a. Obtener as
    b. Obtener oros (cualquier oro)

8. Probabilidad de:

    a. Sacar el 8 de espadas
    b. Sacar el rey de espadas

9. Probabilidad de:

    a. Sacar una carta cualquiera de copa
    b. Sacar el caballo de copa

10. Probabilidad de:

    a. Sacar el 5 de bastos
    b. Sacar el sota de bastos

Le cuento a mi profesor

Con tu profesor, resuelve la siguiente rejilla.

Lee el enunciado y señala con una x la categoría correspondiente, según lo que has aprendido.

Qué sé hacer	Superior	Alto	Básico	Bajo
Identifico los términos básicos de la estadística y de la probabilidad				
Resumo información en tablas de frecuencias				
Represento información en diagramas de barras				
Represento información en histogramas				
Represento información en polígonos de frecuencias				
Represento información en diagramas circulares				
Identifico la moda (Mo) en un conjunto de datos				
Identifico la mediana (Me) en un conjunto de datos				
Calculo la media aritmética o promedio de un conjunto de datos				
Calculo la varianza de un conjunto de datos dado				
Calculo la desviación típica o estándar de un conjunto de datos dado				
Encuentro los cuartiles de una distribución				
Calculo el factorial de un número				
Simplifico expresiones que contienen factoriales				
Describo el espacio muestral de experimentos aleatorios				
Reconozco y aplico la regla de Laplace				

Autoevaluación

Participo y aprendo	Superior	Alto	Básico	Bajo
Comparto aclaraciones con mis compañeros				
Me preocupo por aprender más cada día				
Observo detenidamente las situaciones matemáticas que se me presentan antes de proponer una solución				
Contribuyo con la disciplina del grupo				
Permito la participación de mis compañeros en las discusiones sobre la solución de ejercicios				
Valoro la asesoría de mi profesor				
Solicito aclaraciones de mis dudas a mis compañeros				
Colaboro con la disciplina del grupo				
Respeto la opinión de los demás				
Repaso lo estudiado en el colegio				
Propongo problemas o actividades para resolver en clase				
Participo en las actividades programadas				